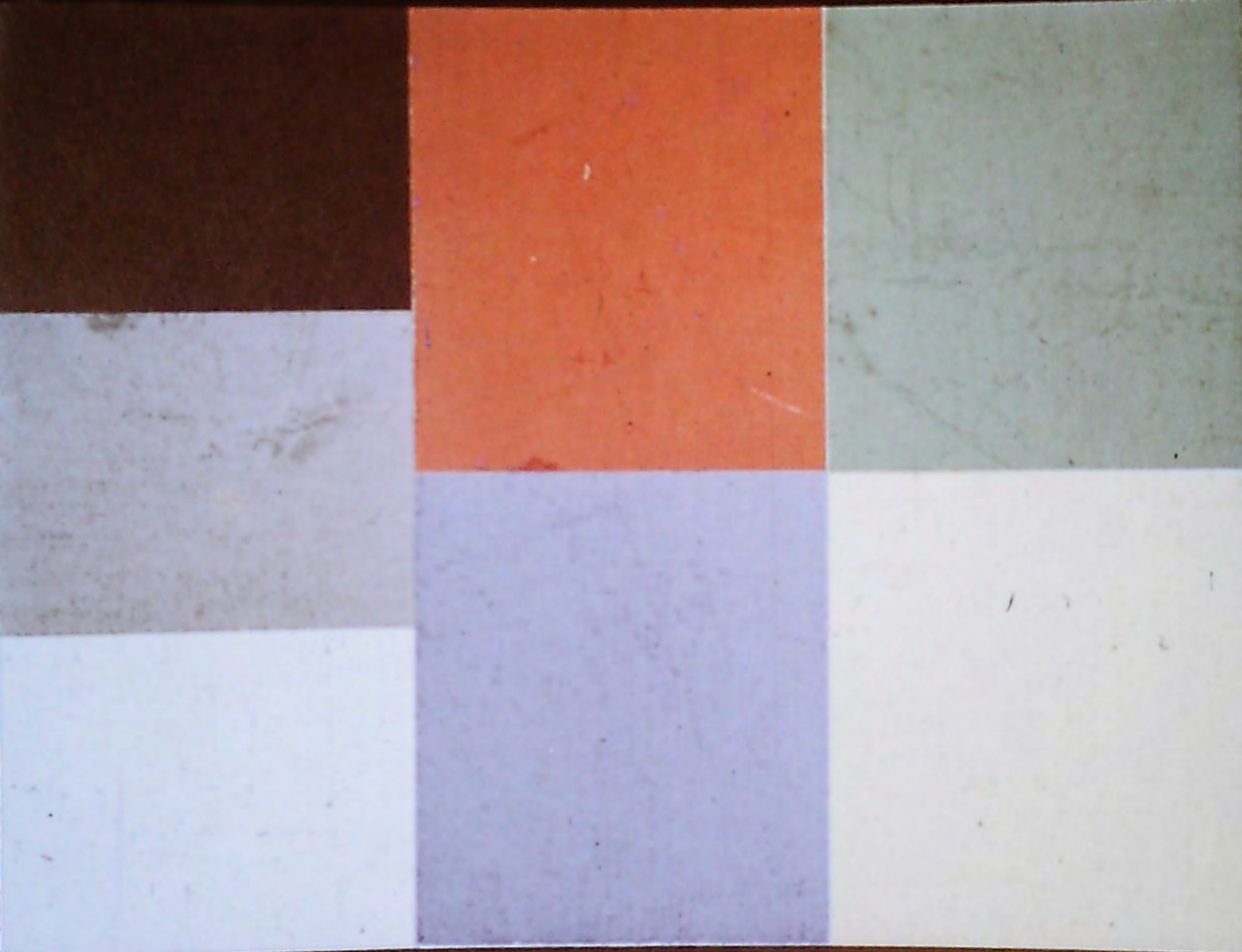


1971 г.

4 5 5

МРТУ 19 №: 183--65

4

4

ДИАФИЛЬМ

По заказу Министерства просвещения РСФСР

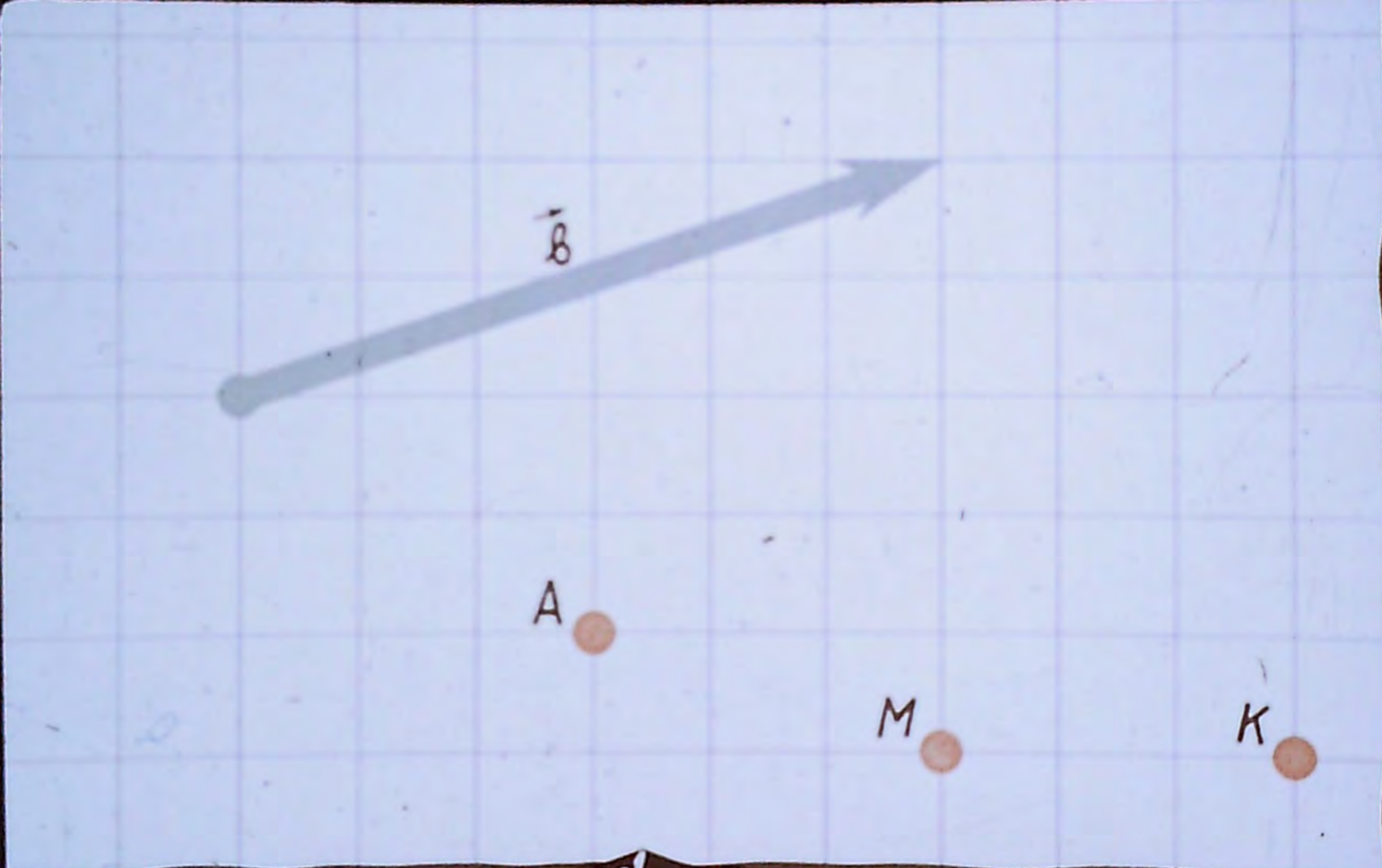
ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС

Диафильм по математике
для средней школы

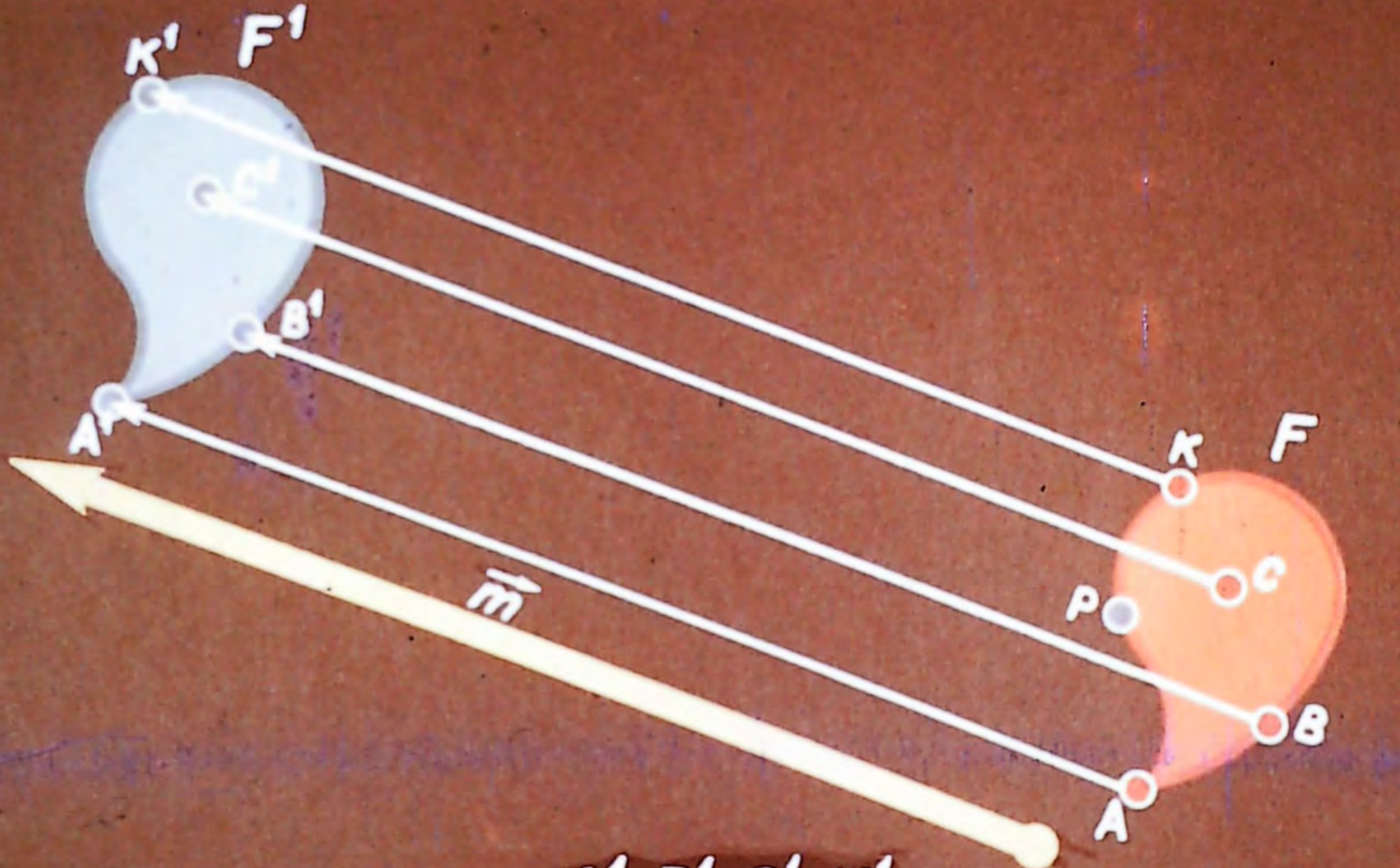
1.

Понятие параллельного переноса

Параллельным переносом на вектор $\vec{a}$ называется такой переход от точки A к точке B, при котором $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$.

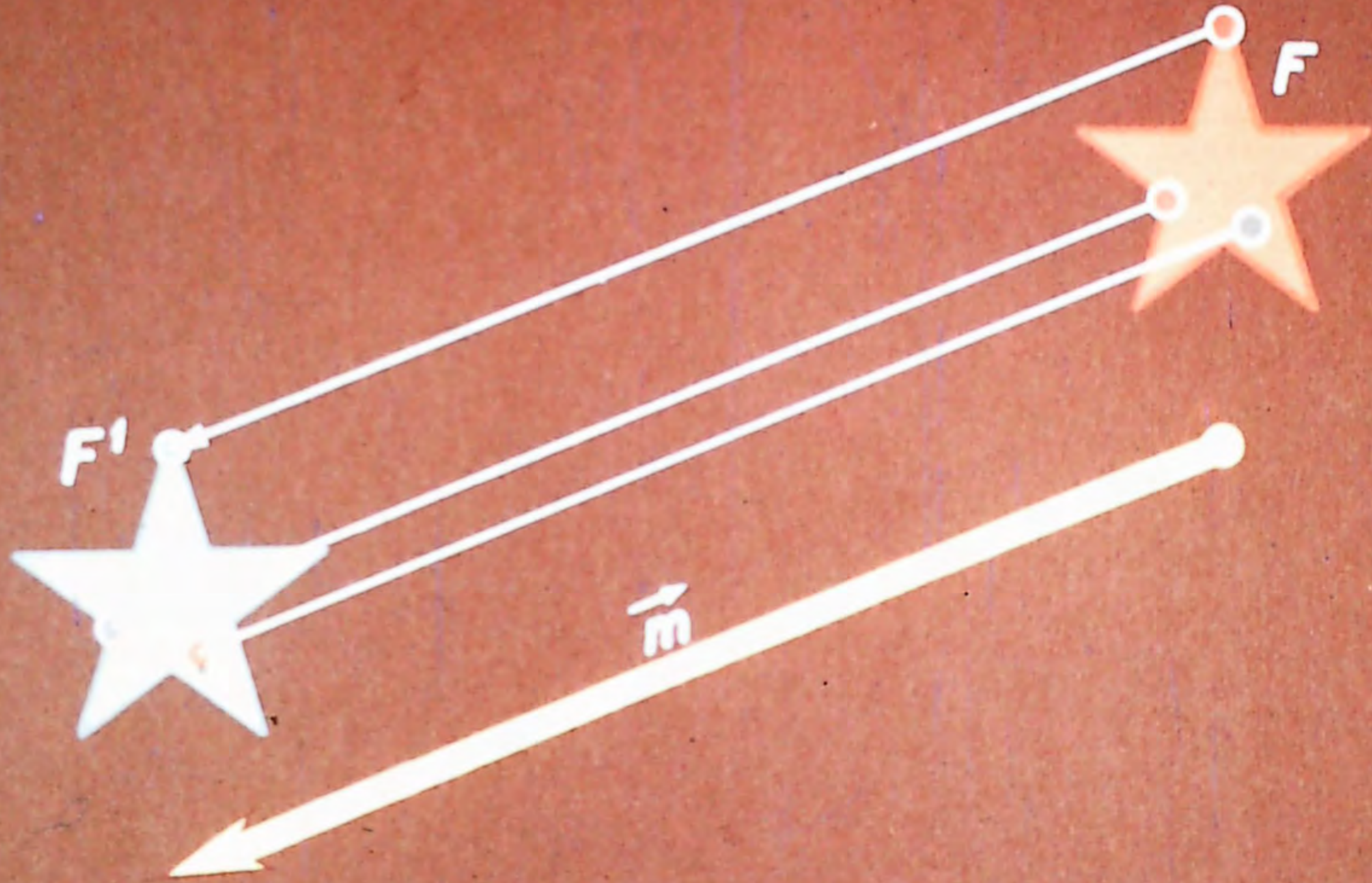


Как получить точку M' путём параллельного переноса из точки M на вектор $\vec{b}$? Выполните параллельный перенос точек M, A, K на вектор $\vec{b}$.



Каждая из точек A', B', C', K' получена из точек A, B, C, K фигуры F путём параллельного переноса на вектор $\vec{m}$. Как в результате данного переноса получить точку, соответственную точке P?

6

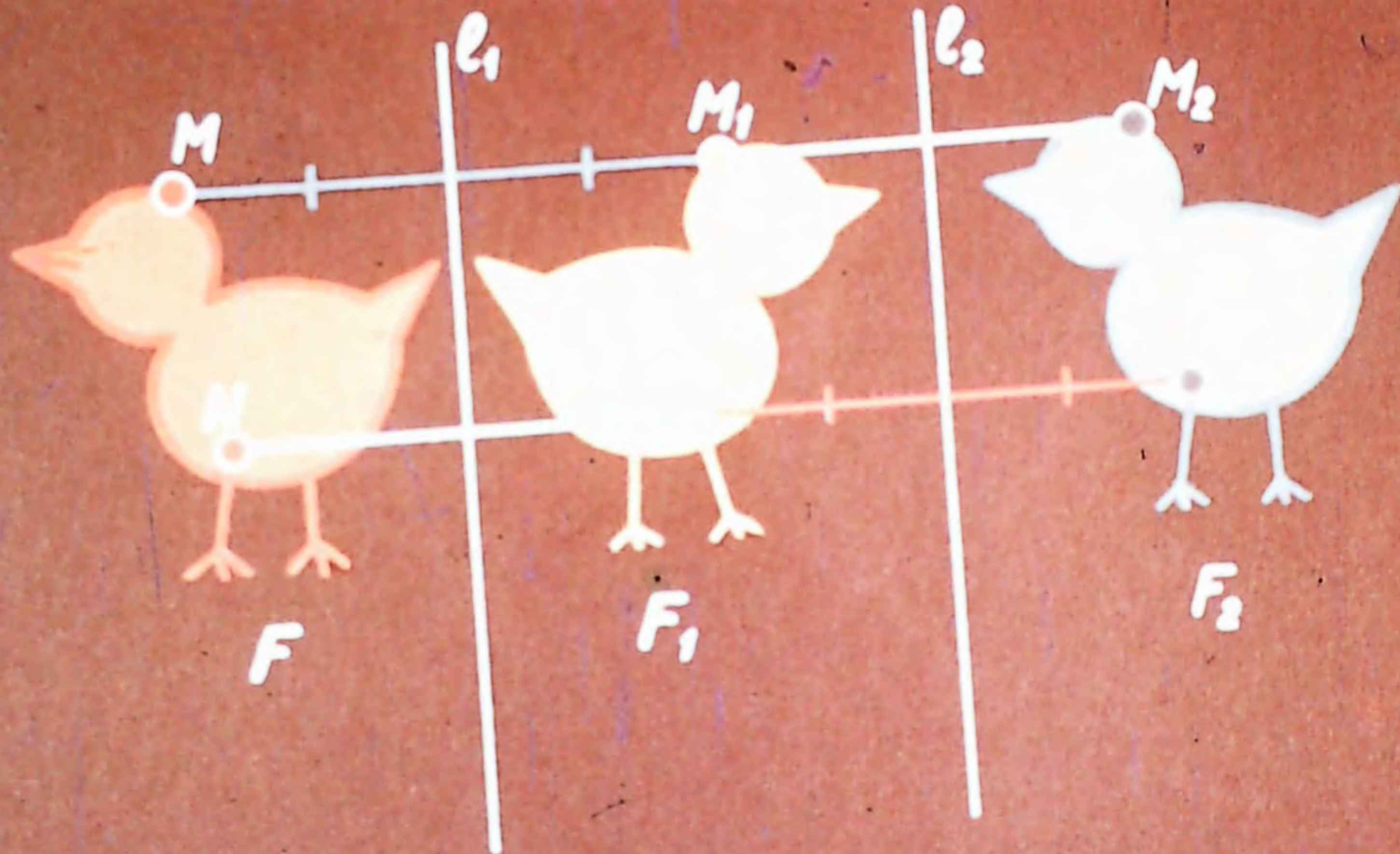


Если каждую точку фигуры F перенести на вектор $\vec{m}$, то говорят, что фигура F' получена из фигуры F путём параллельного переноса на вектор $\vec{m}$.

6

2.

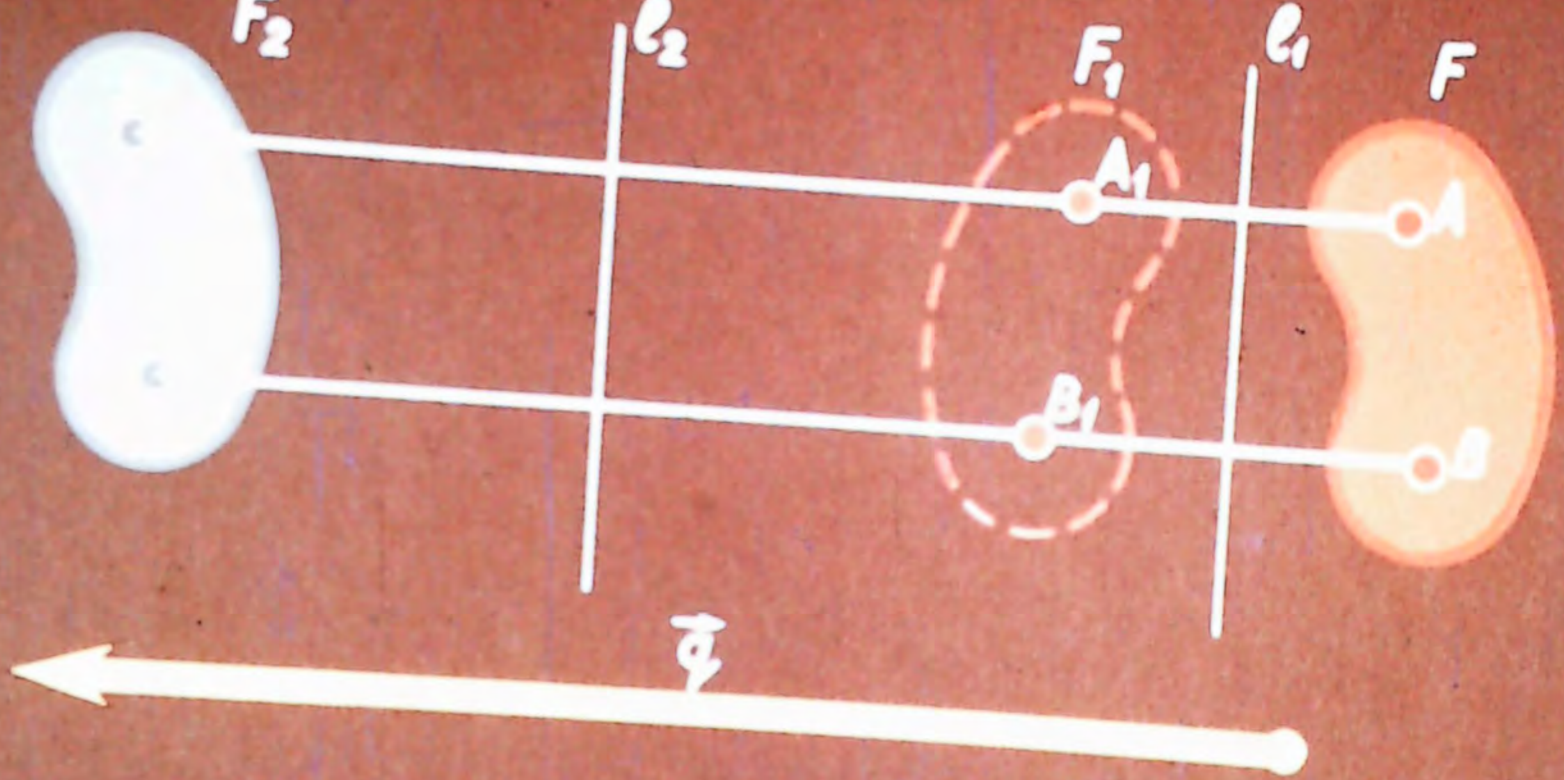
Свойства параллельного переноса



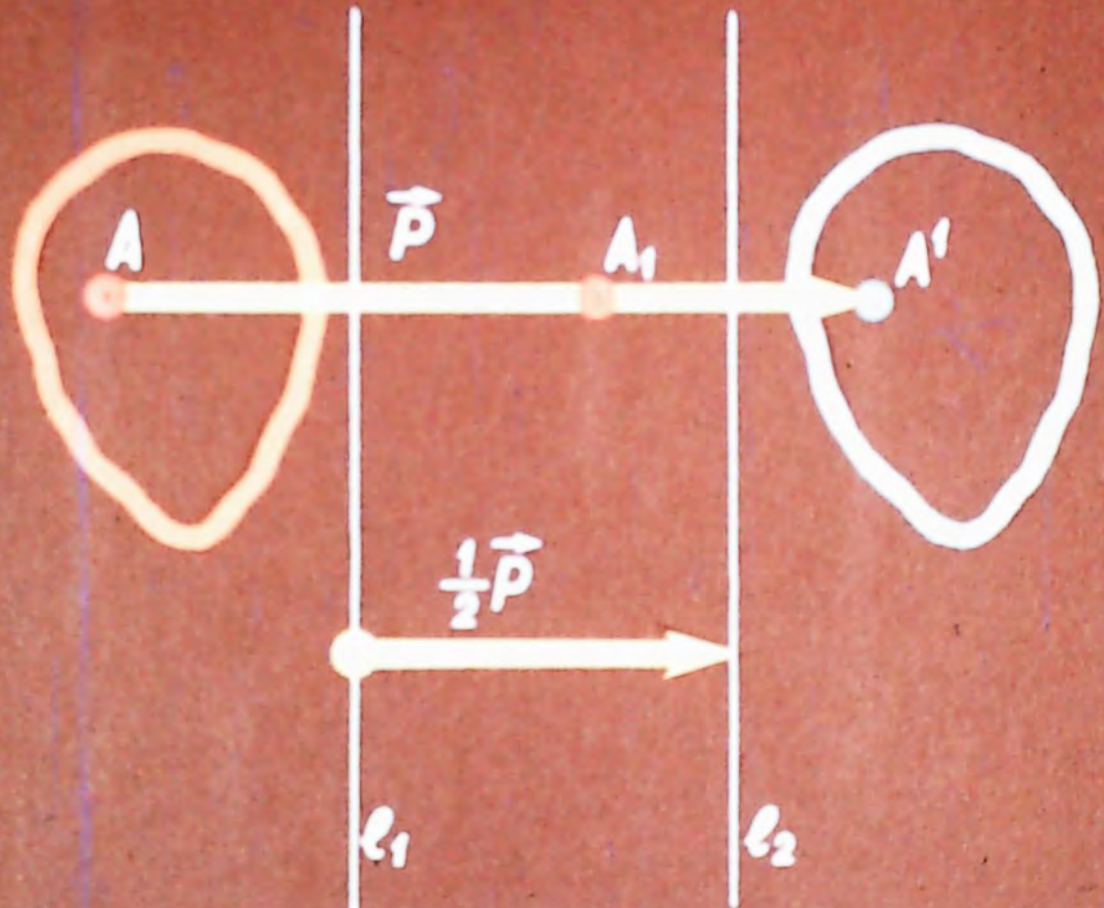
Фигура F путём последовательного применения двух симметрий с параллельными осями l_1 и l_2 переходит в фигуру F_2. Рассмотрим любые две точки M и N фигуры F. Они переходят в точки M_2 и N_2.

$$\boxed{\overrightarrow{MM_2} = \overrightarrow{NN_2} = 2\vec{p}}$$

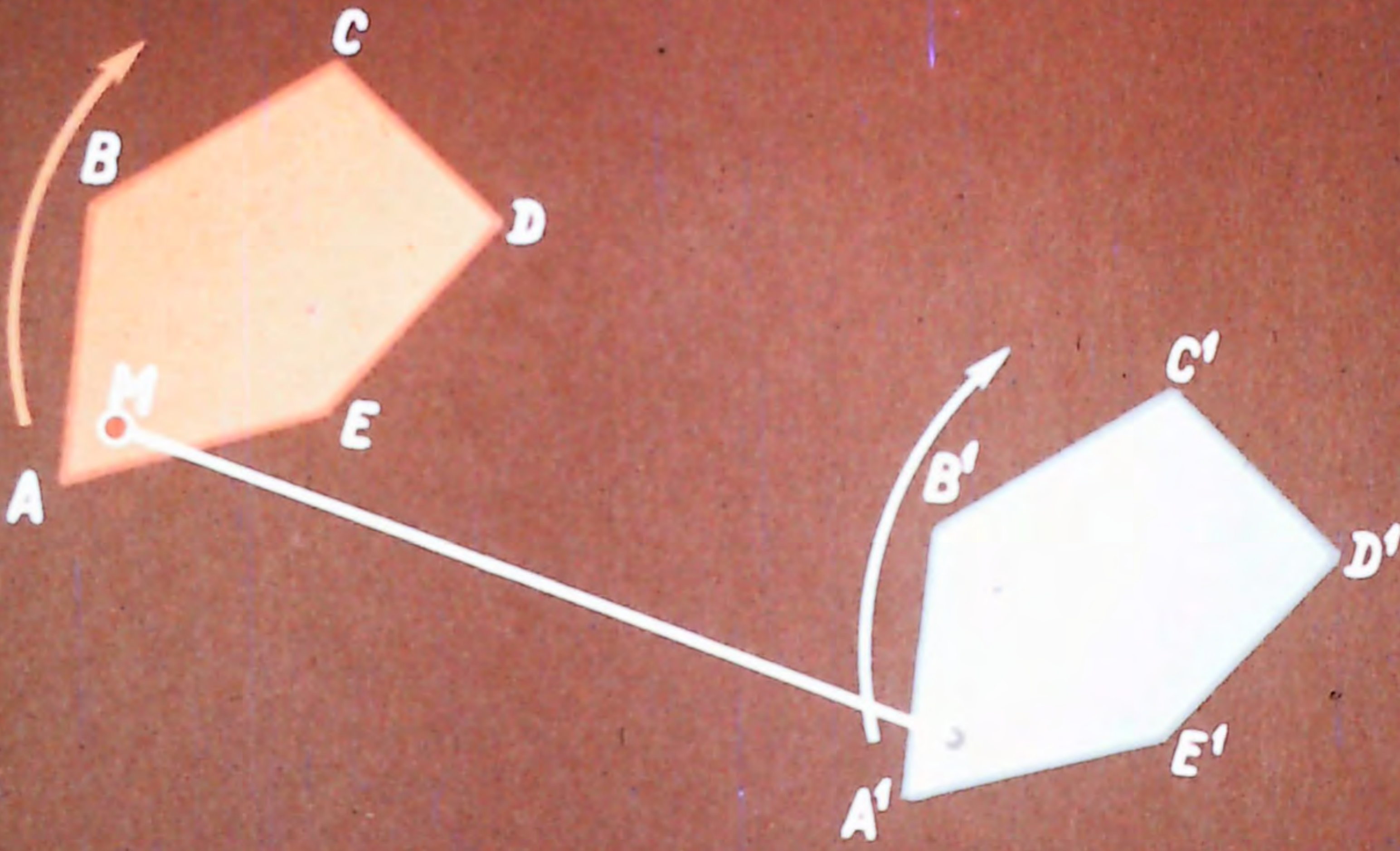
Две последовательные осевые симметрии с параллельными осями l_1 и l_2 можно заменить параллельным переносом на вектор $2\vec{p}$. Объясните почему.



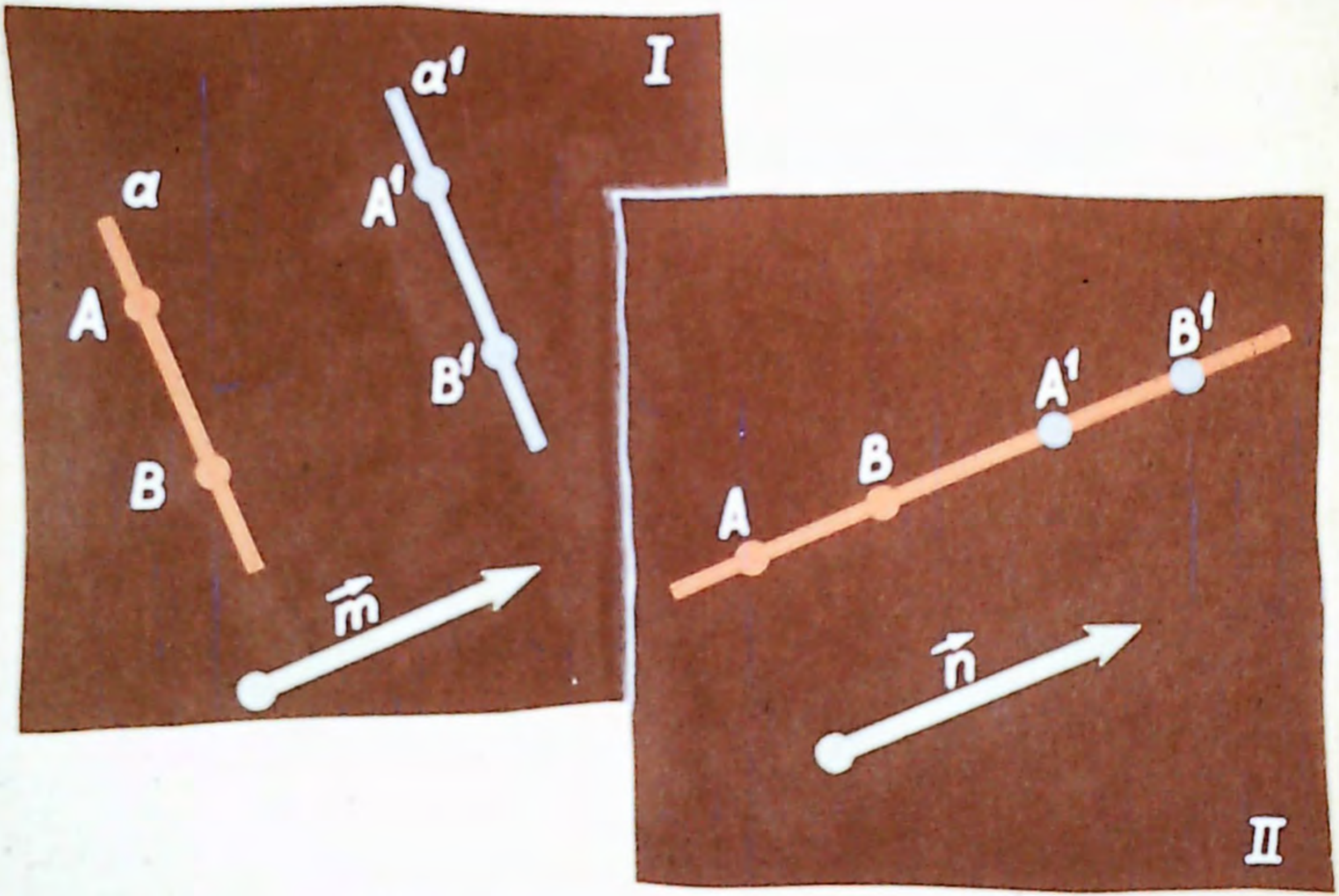
Параллельный перенос на вектор $\vec{q}$ точек A и B фигуры F переводит их в точки A_2 и B_2 фигуры F_2. Докажите, что можно выбрать две такие параллельные оси симметрии l_1 и l_2, последовательное применение которых переводит фигуру F в F_2.



Таким образом, две последовательные симметрии с параллельными осями тождественны с параллельным переносом на вектор, длина которого в два раза больше расстояния между осями.

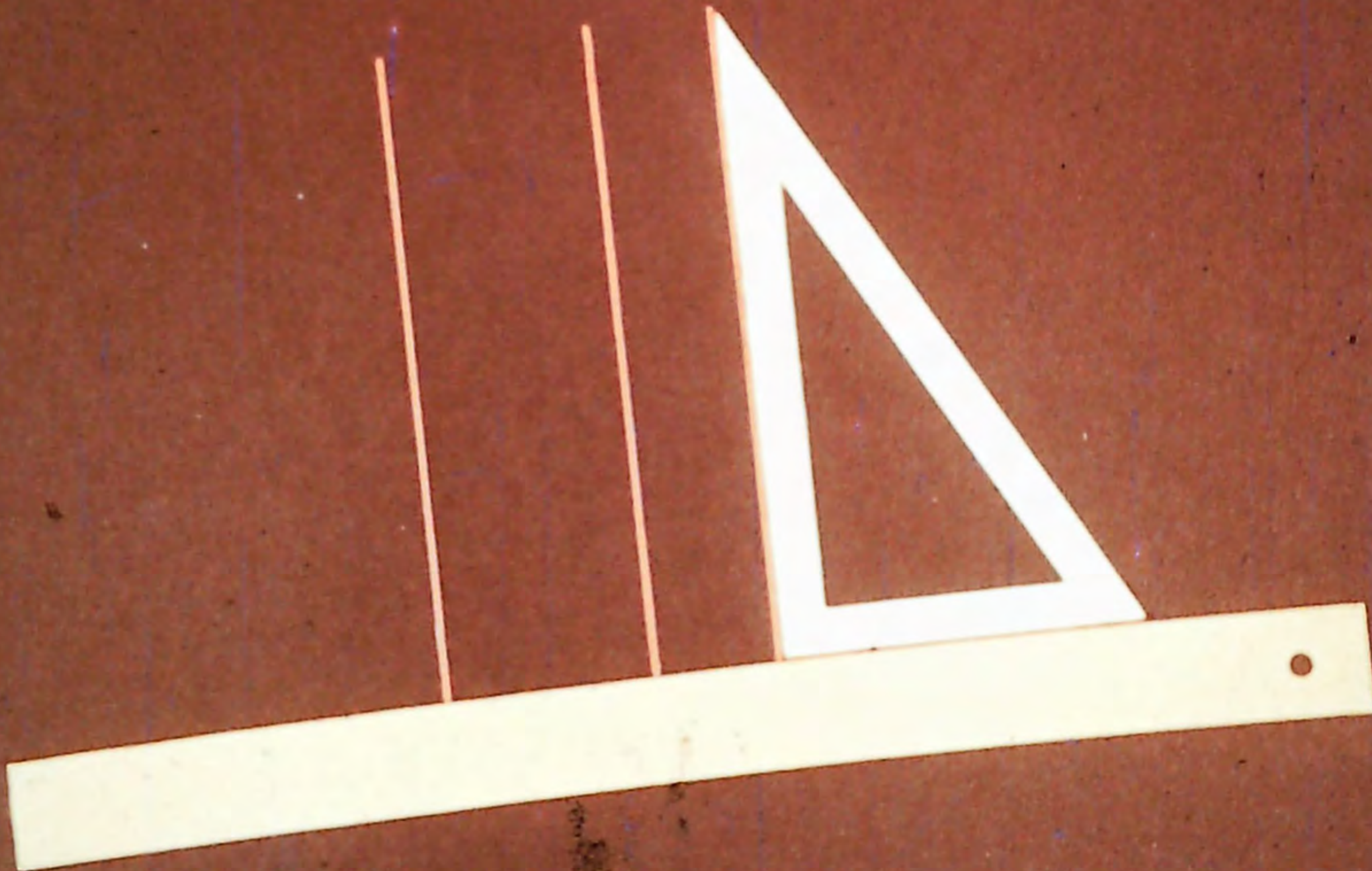


При параллельном переносе каждая фигура переходит в фигуру, ей равную и одинаково ориентированную.



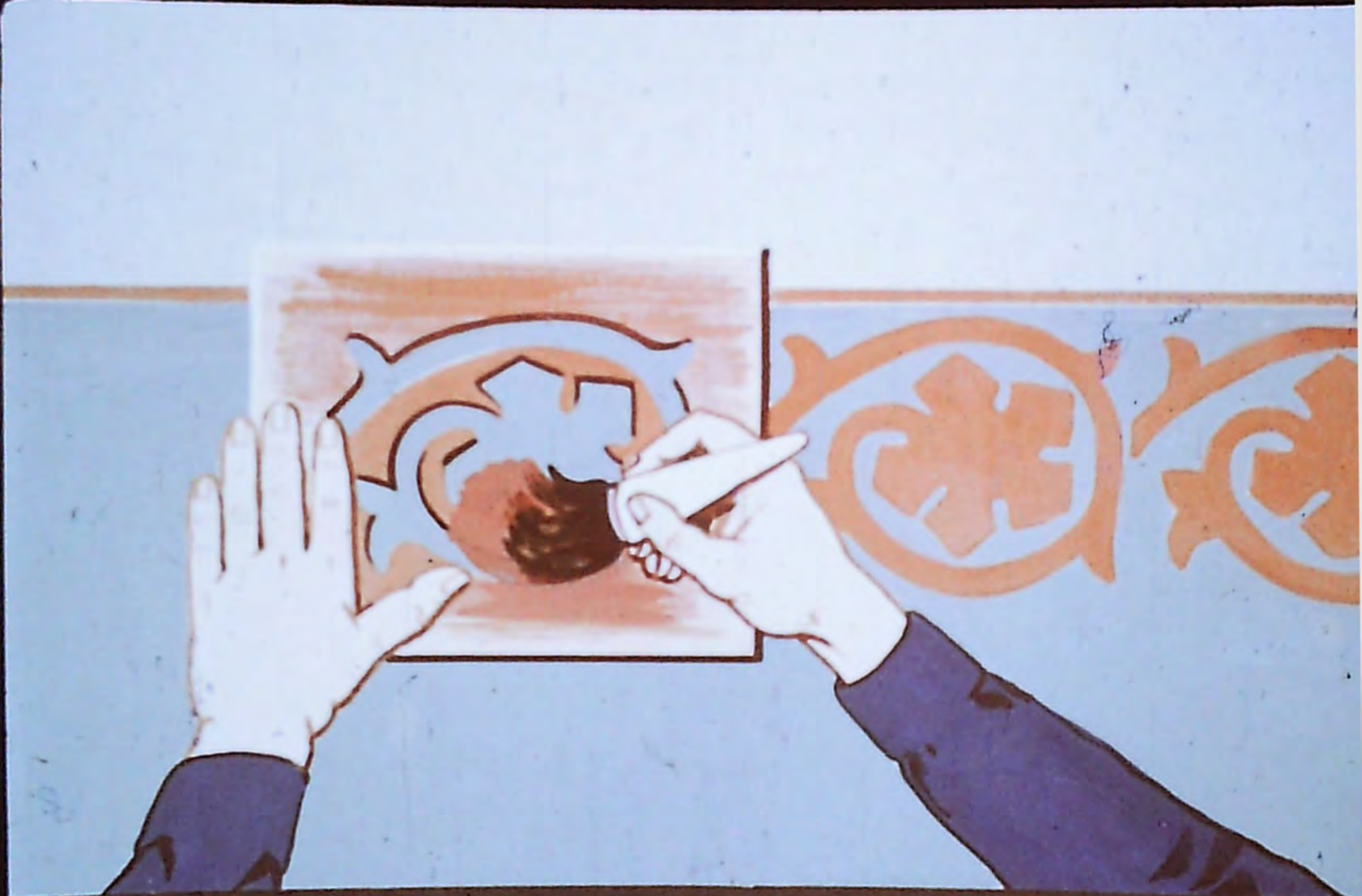
Почему при параллельном переносе прямая переходит в прямую?

13

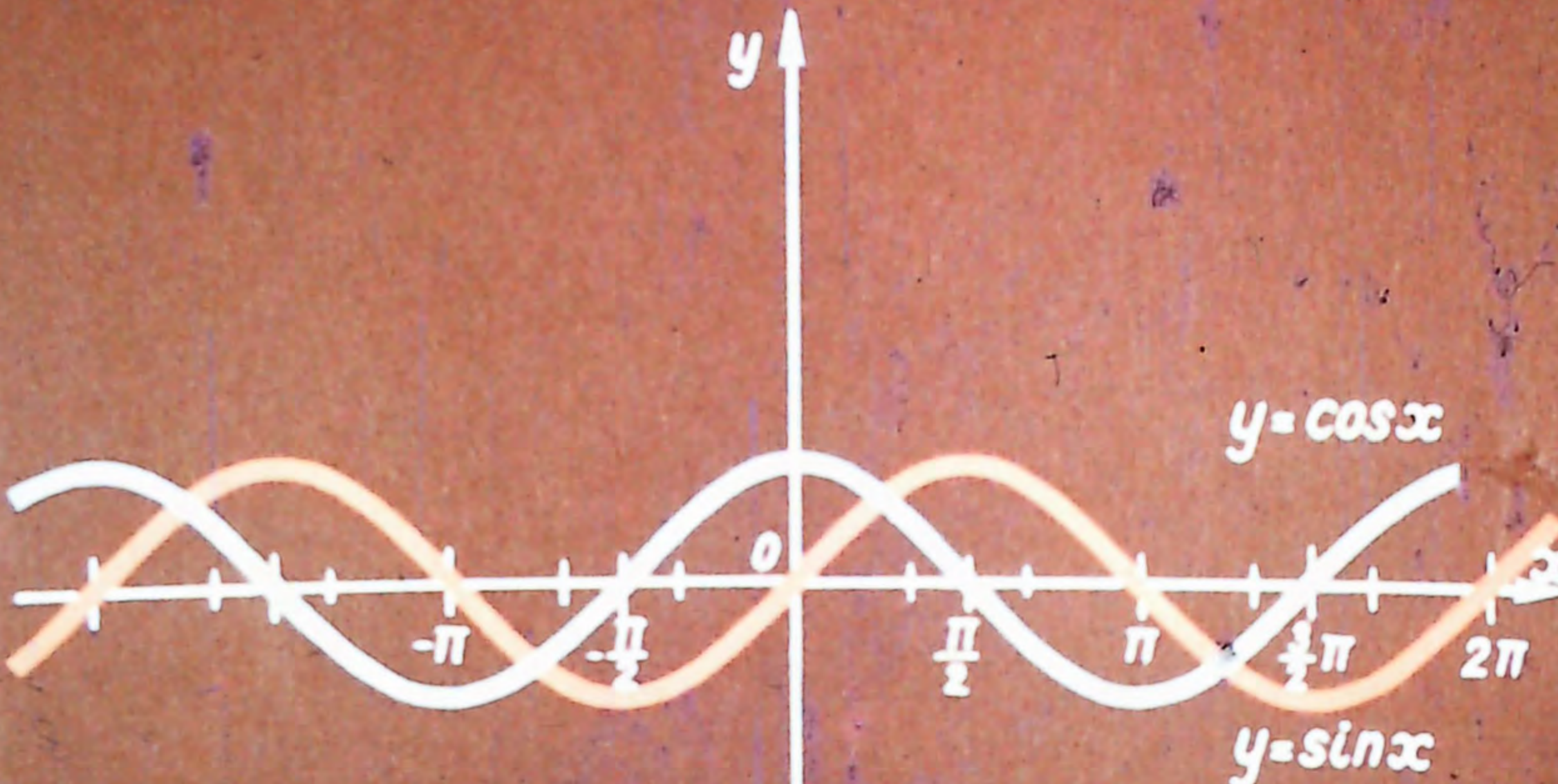


Объясните способ построения параллельных прямых с помощью линейки и чертёжного треугольника.

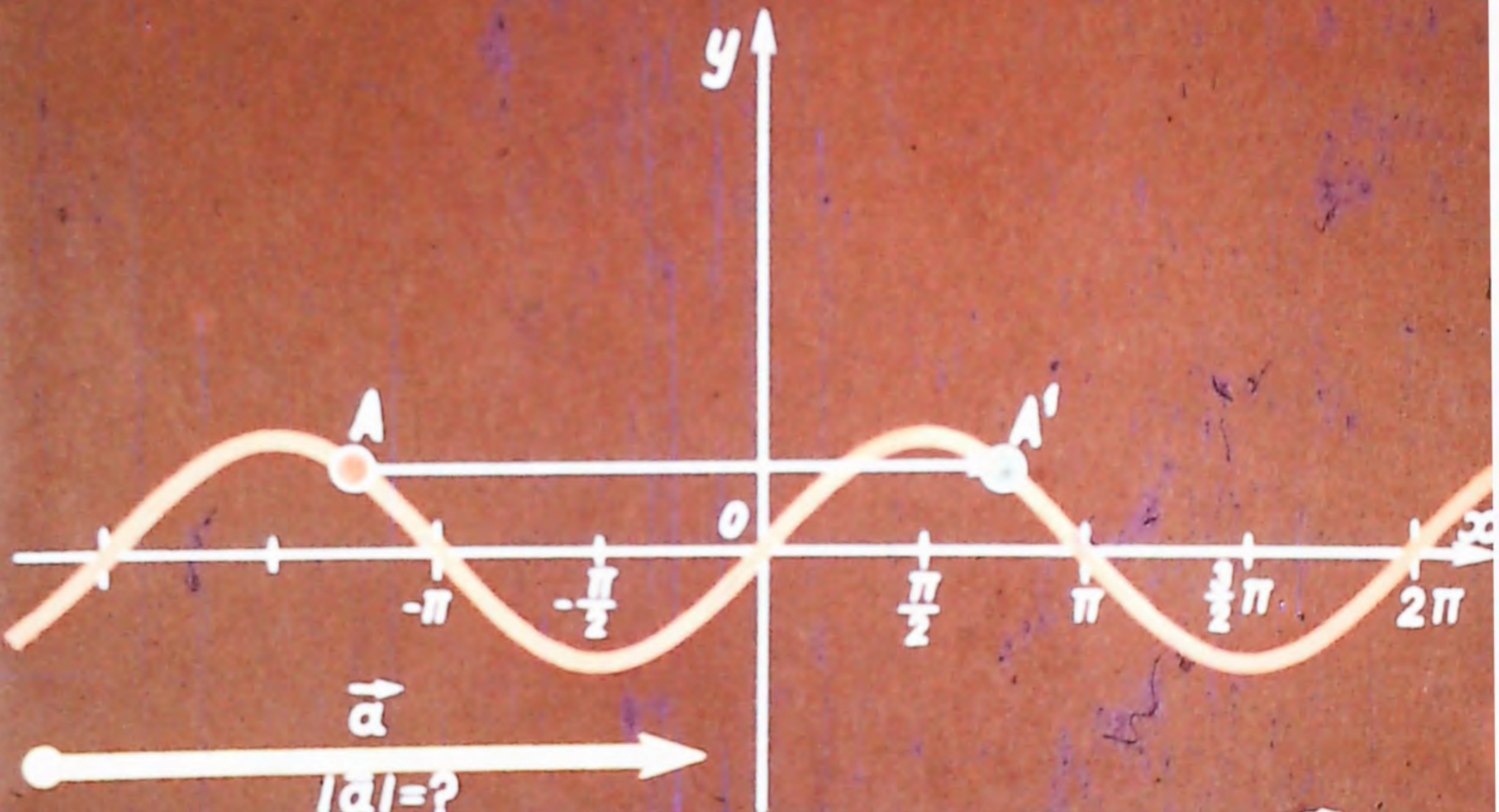
Это – фрагмент орнамента, изображённого на стене дворца персидского царя Дария. Каким наиболее простым способом можно последовательно получить изображение воина?



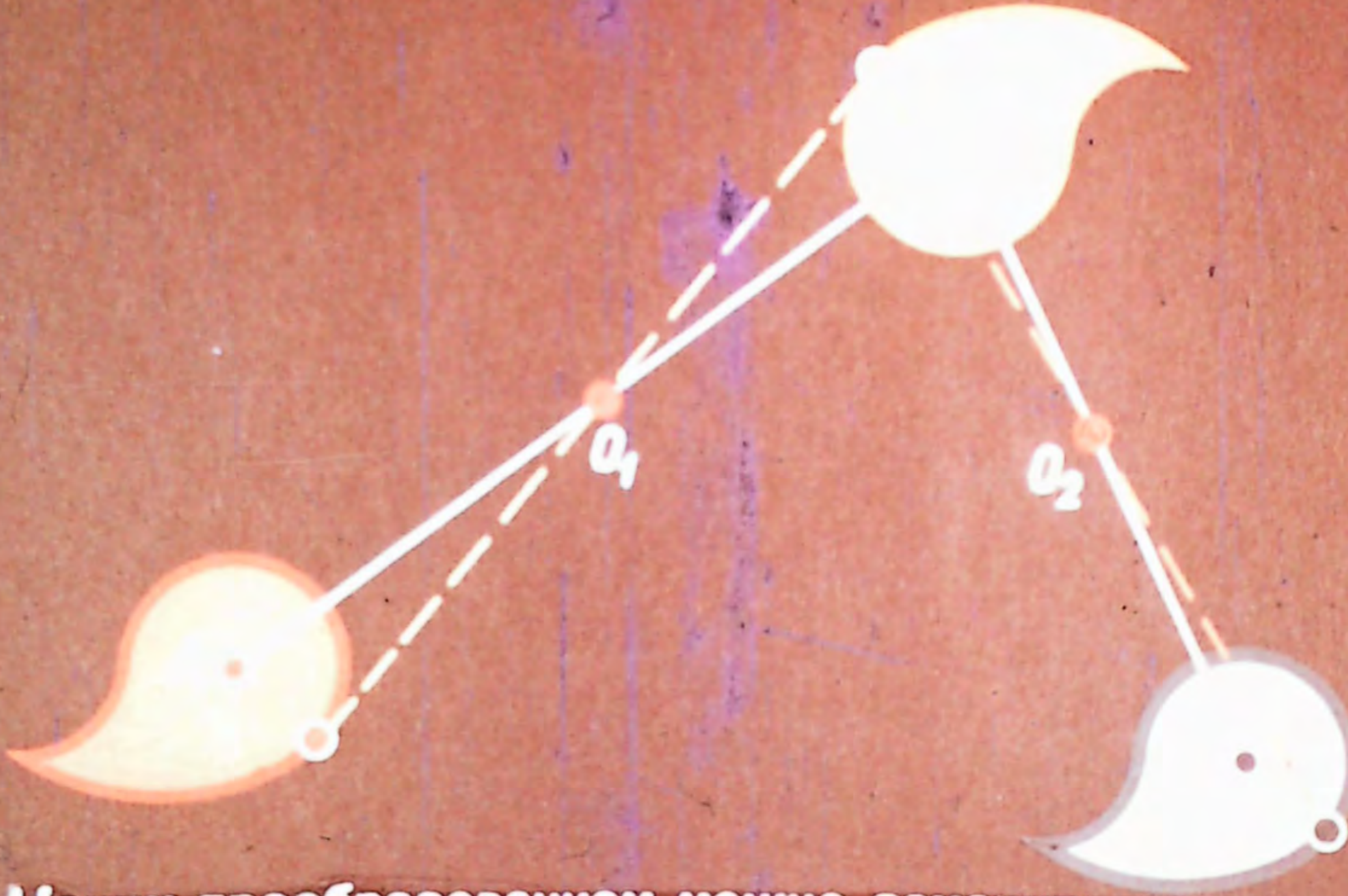
Какое преобразование лежит в основе построения изображения орнаментов на бордюре?



На какой вектор (указать направление вектора и его модуль) следует сдвинуть синусоиду, чтобы получить график функции $y = \sin x$?



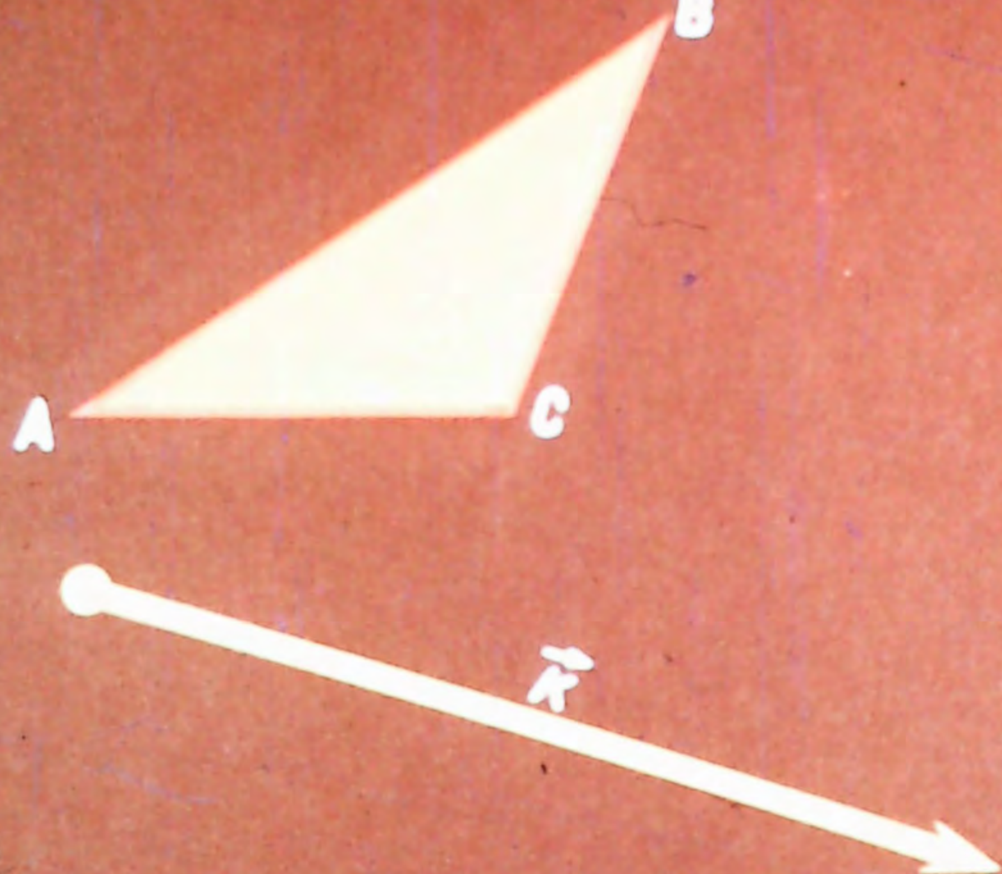
Параллельный перенос синусоиды на вектор $\vec{a}$ переводит её в самоё себя. Какова длина вектора $\vec{a}$? Существует ли ограниченная фигура, которая при параллельном переносе переходит сама в себя?



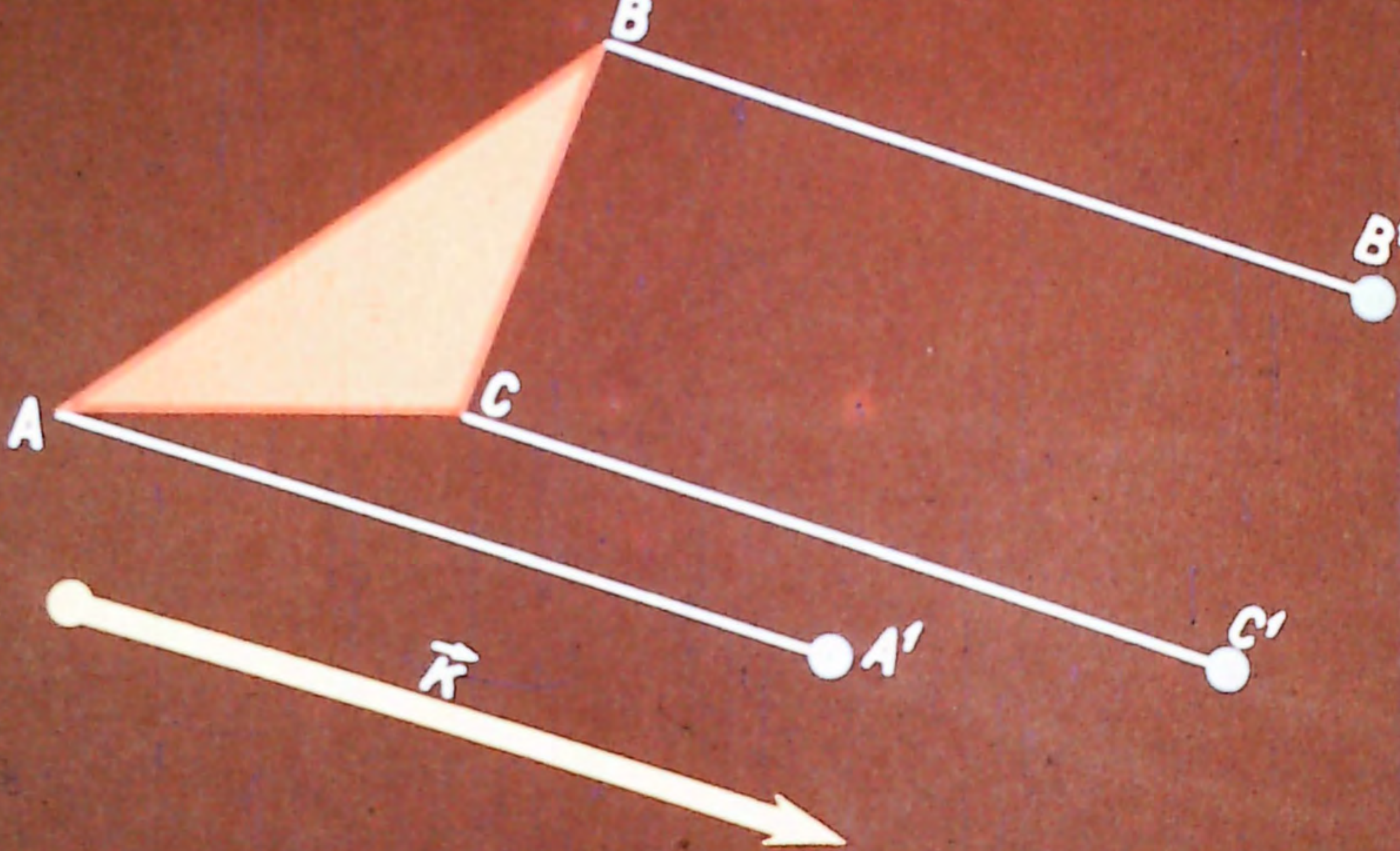
Каким преобразованием можно заменить две последовательные центральные симметрии O_1 и O_2?

3.

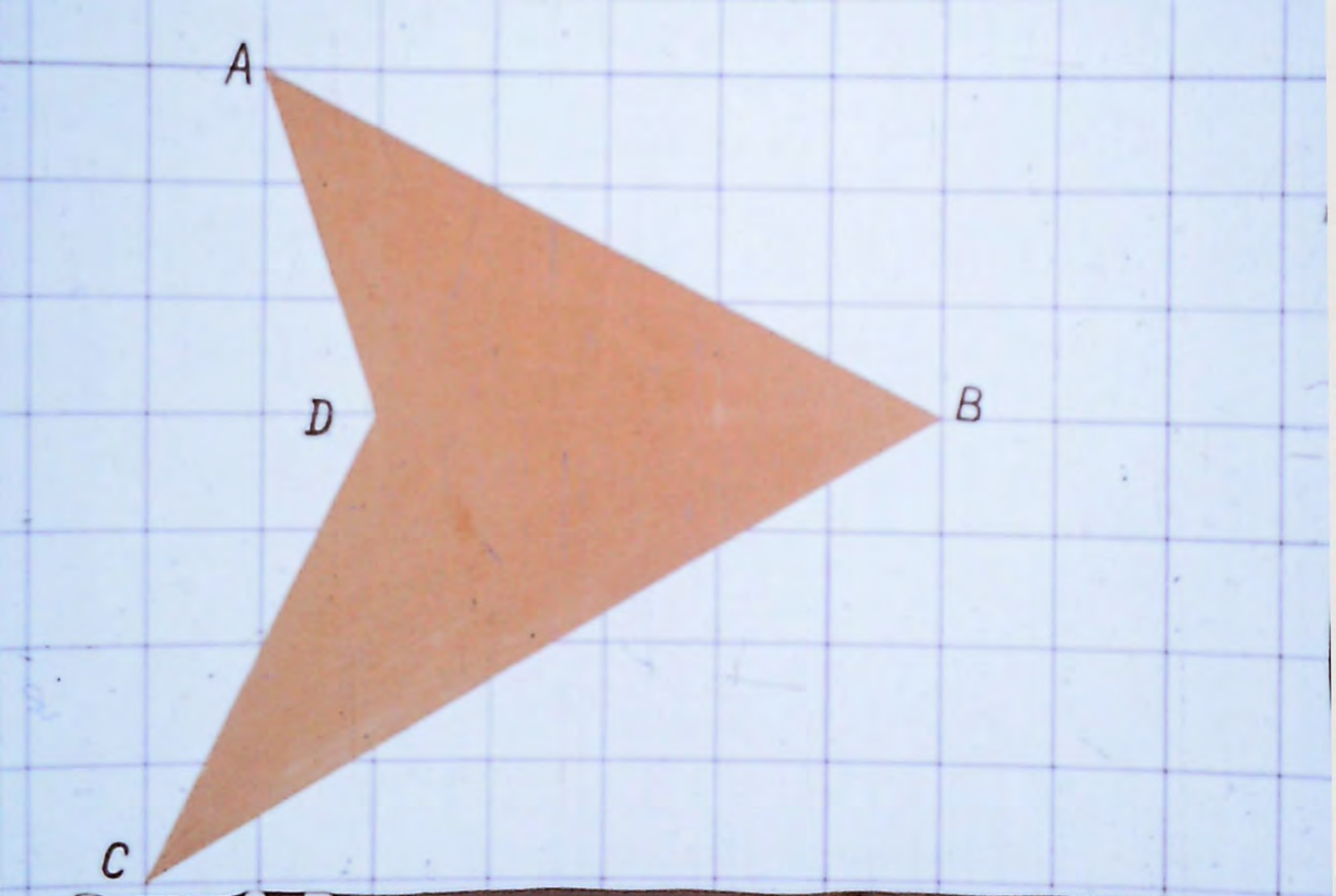
Задачи



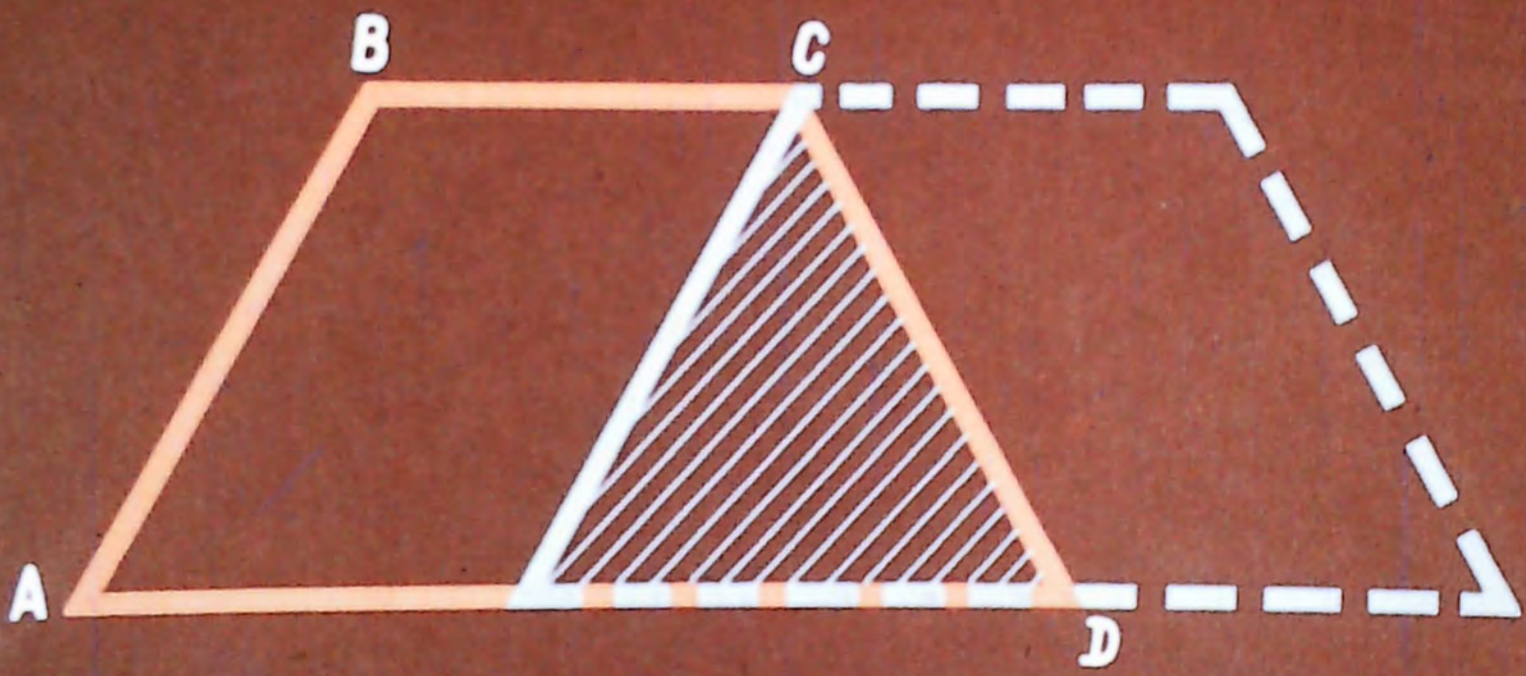
Задача 1. Выполнить параллельный перенос треугольника ABC на вектор $\vec{k}$.



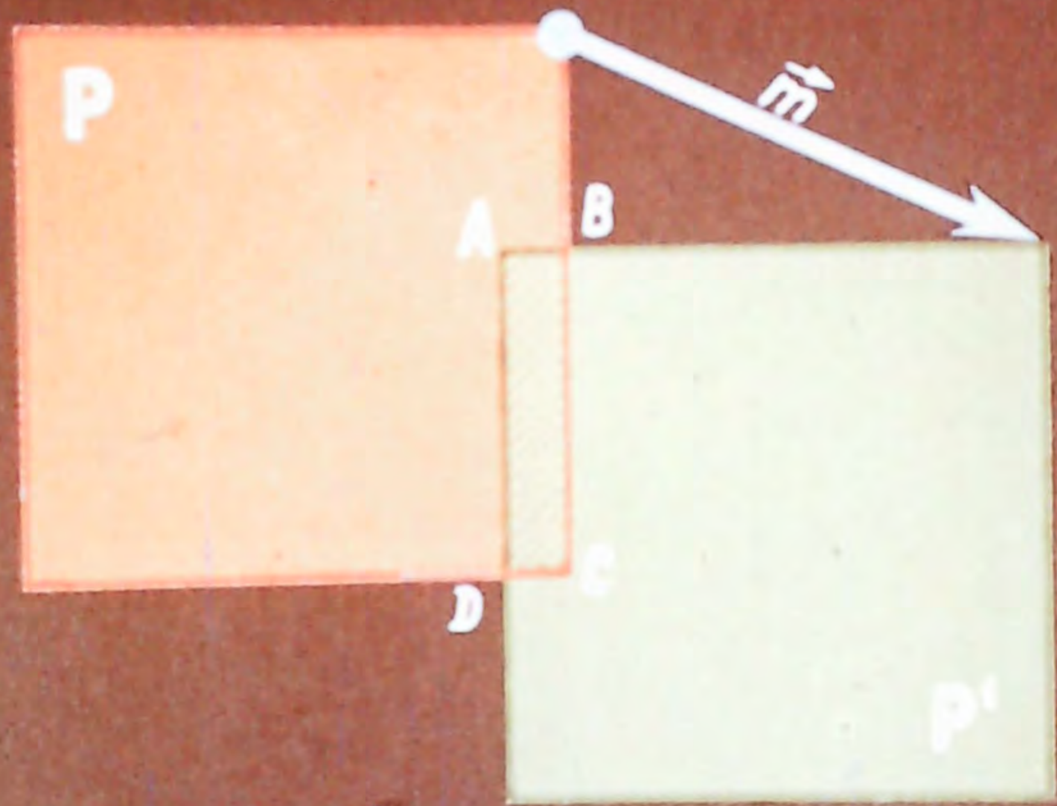
Закончите построение и объясните его.



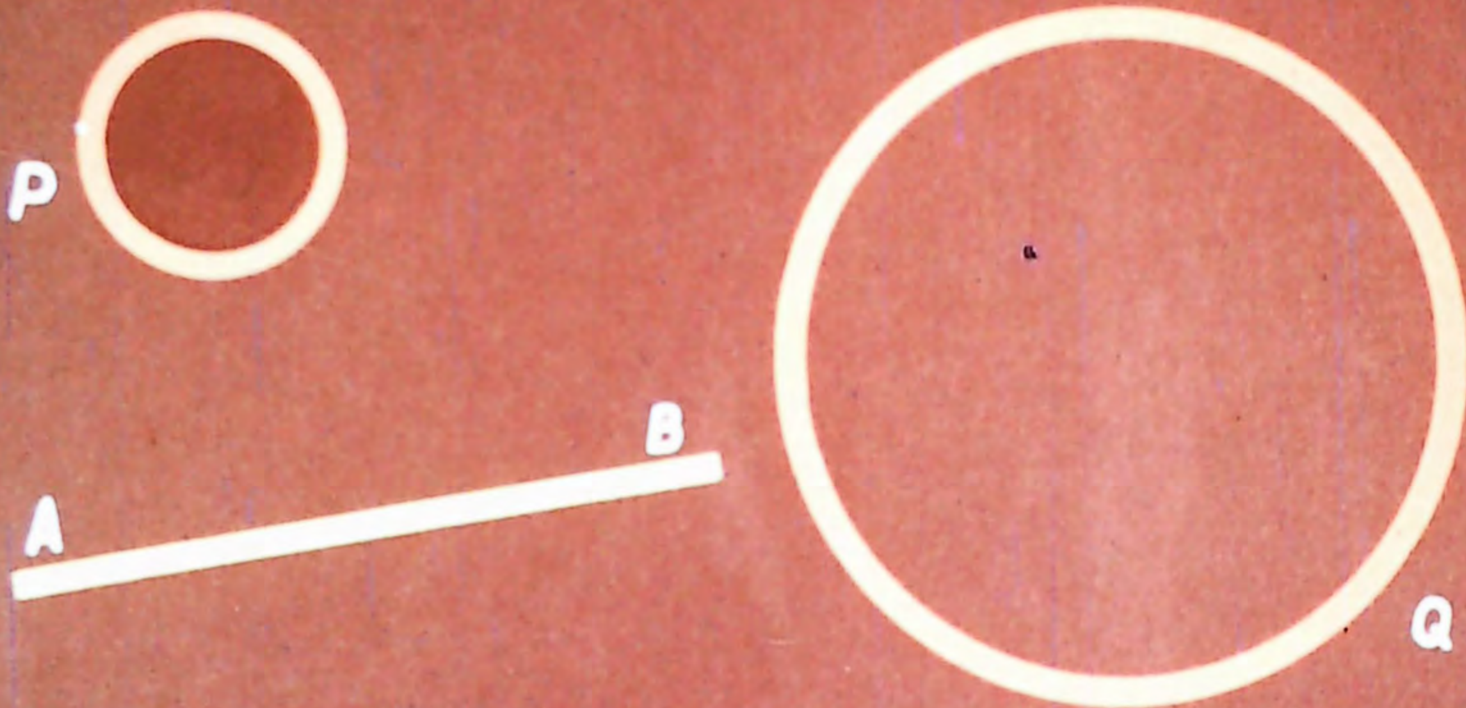
Задача 2. Выполнить параллельный перенос четырёхугольника $ABCD$ на вектор $\overrightarrow{AB}$.



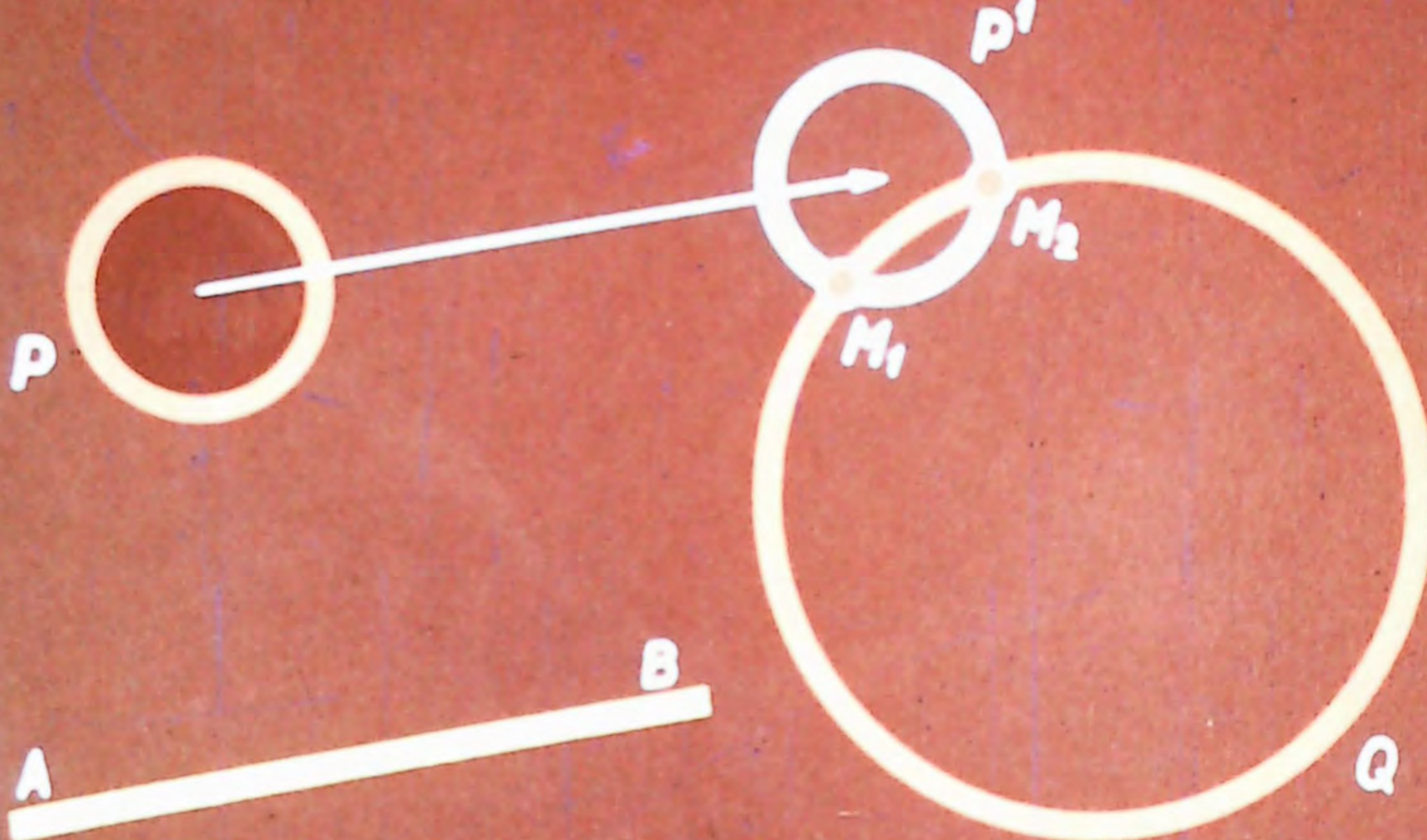
Задача 3. Выполнен параллельный перенос равнобедренной трапеции $ABCD$ на вектор $\overline{BC}$. Докажите, что углы при основании равнобедренной трапеции равны.



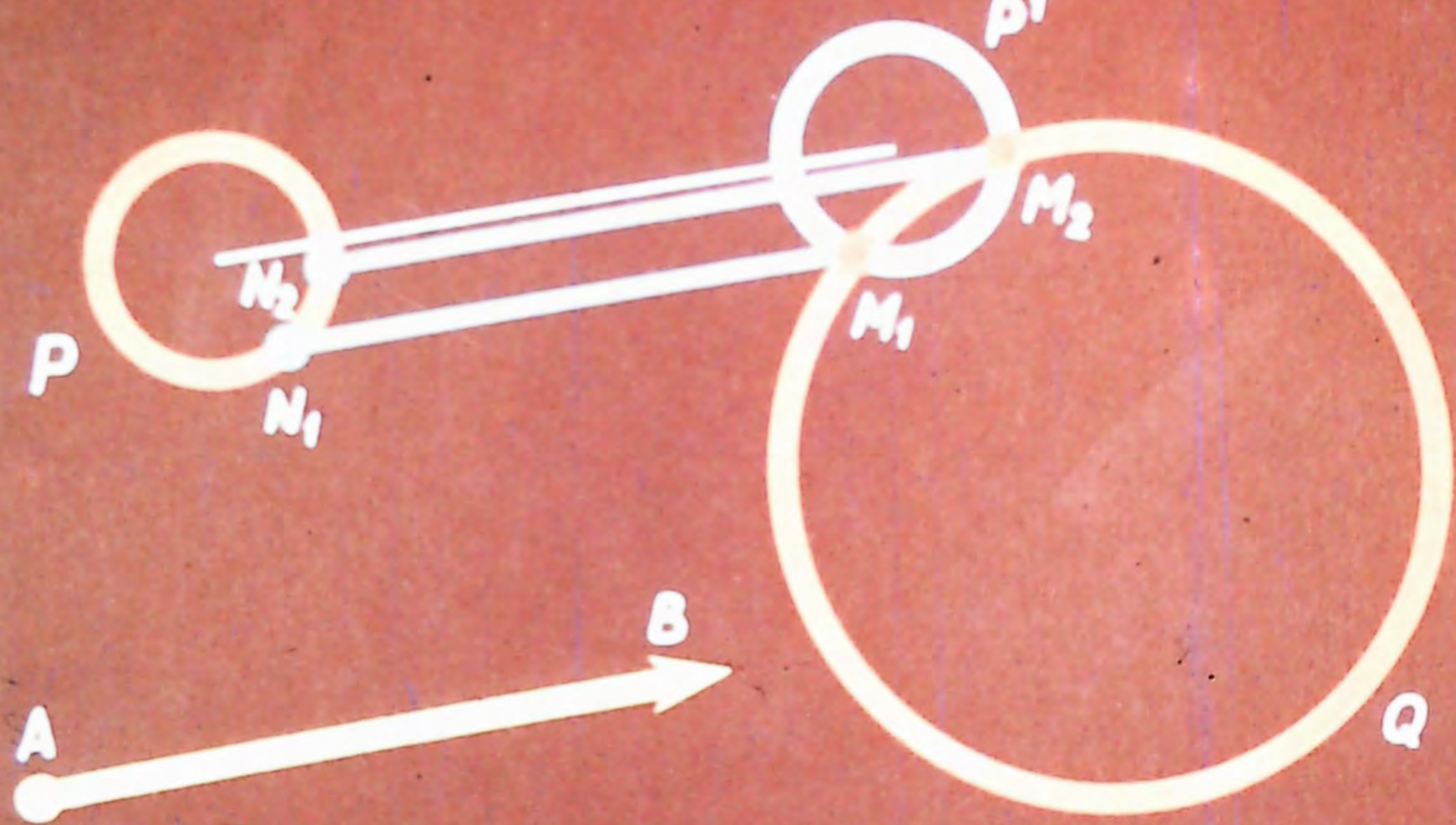
Задача 4. Квадрат P' получен из квадрата P параллельным переносом на вектор $\vec{m}$. В пересечении этих квадратов образовался прямоугольник $ABCD$. Каков должен быть вектор переноса, чтобы в пересечении получился квадрат?



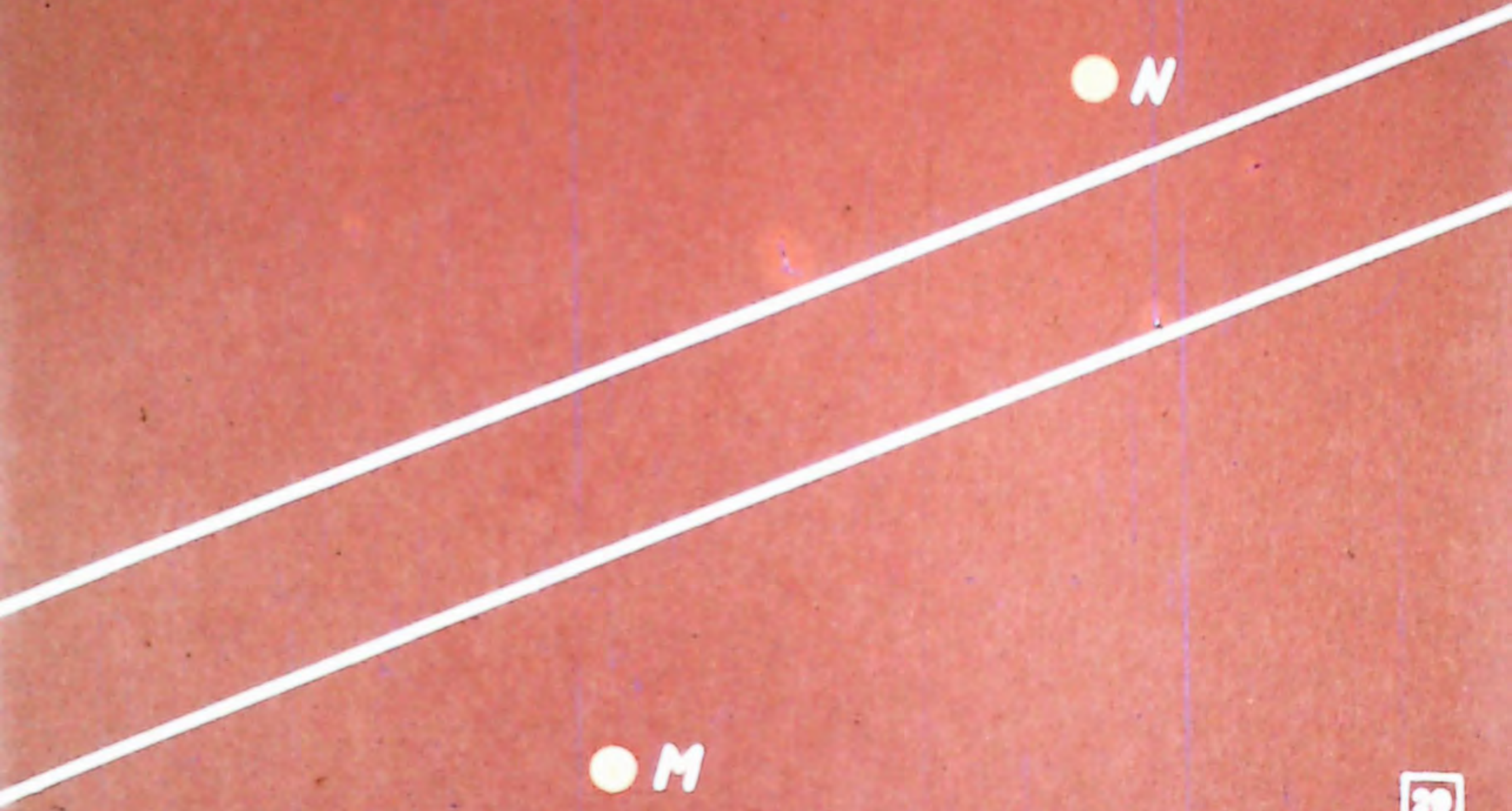
Задача 5. Даны две окружности P и Q и отрезок AB. Построить отрезок, параллельный и равный отрезку AB, так, чтобы его концы лежали на данных окружностях.



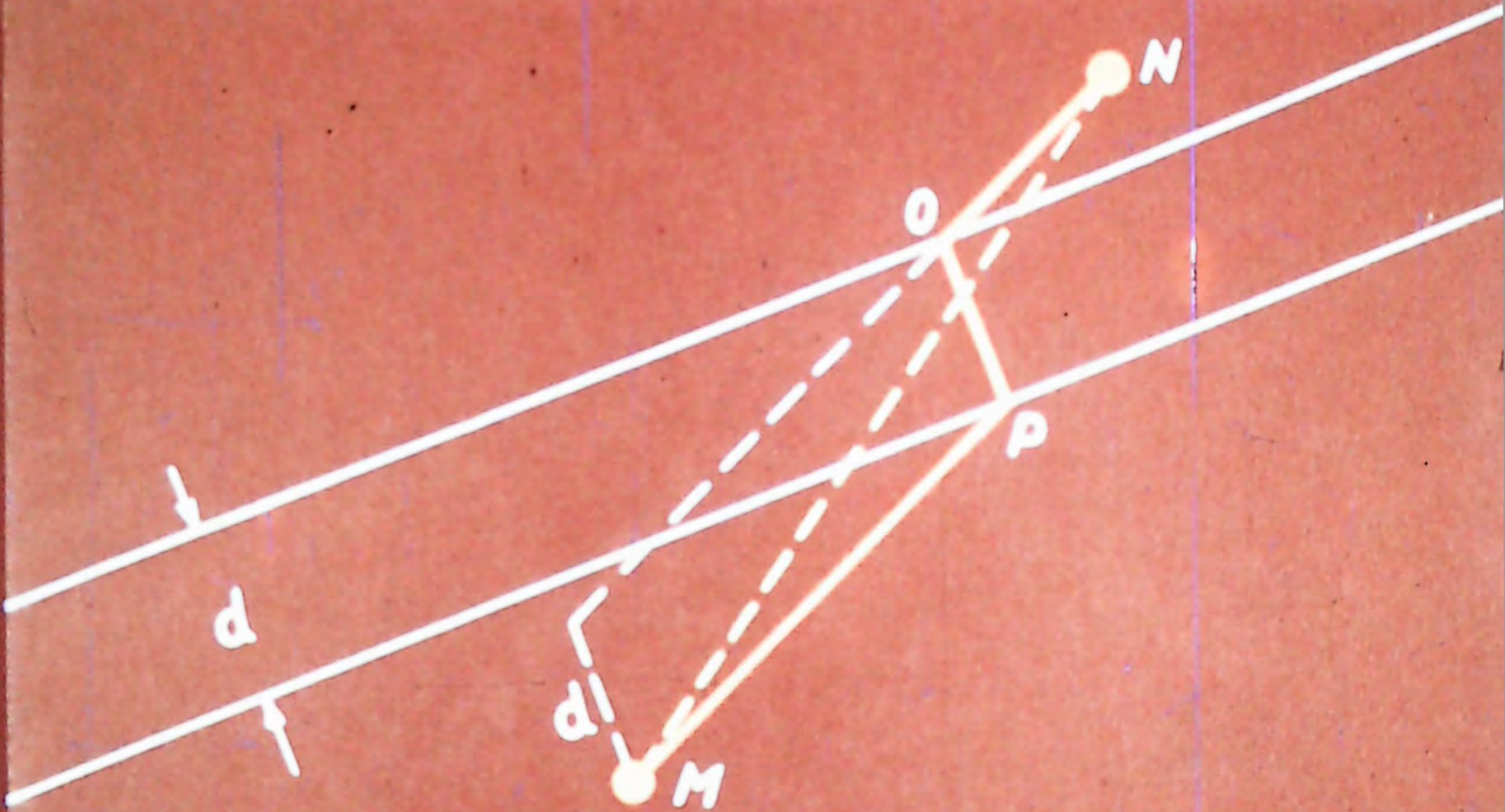
Решение. Произведём сдвиг окружности P на вектор $\overrightarrow{AB}$. Через точки пересечения M_1 и M_2 окружностей P' и Q проведём прямые, параллельные AB.



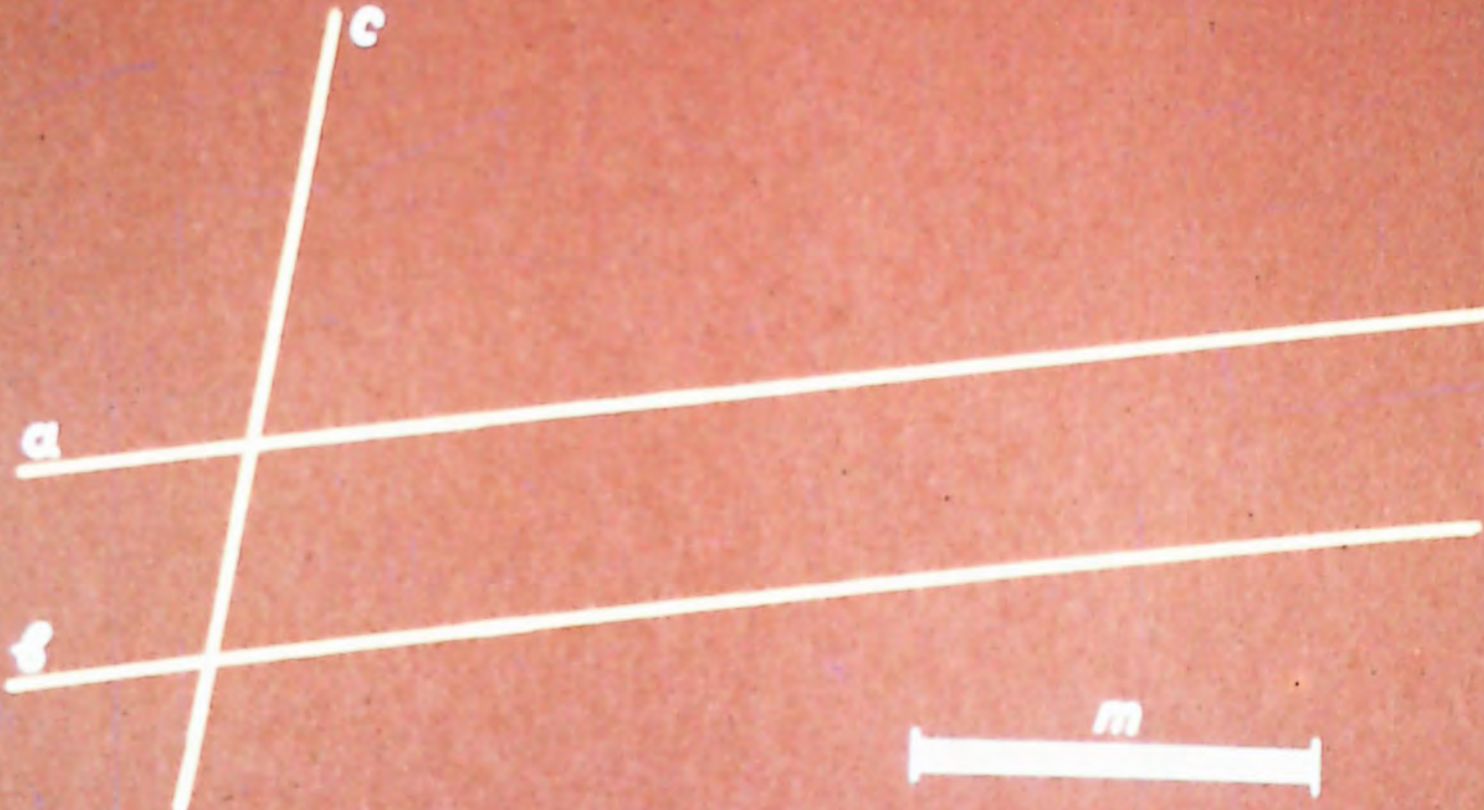
Отрезки M_1N_1 и M_2N_2 – искомые. Докажите это. Всегда ли эта задача имеет решение?



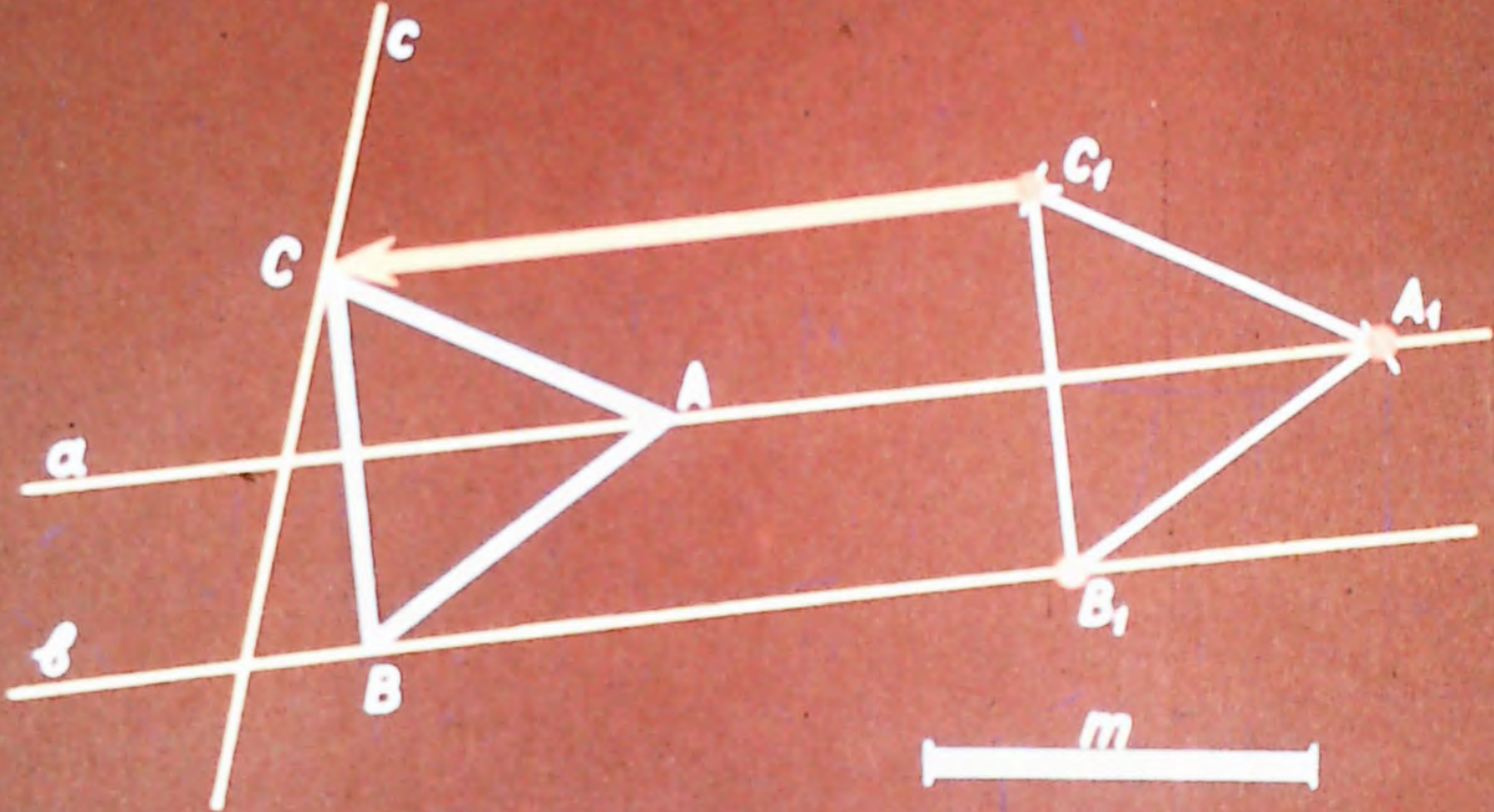
Задача 6. В каком месте следует построить мост через канал, чтобы дорога между населёнными пунктами M и N была кратчайшей? Направление моста должно быть перпендикулярно направлению канала.



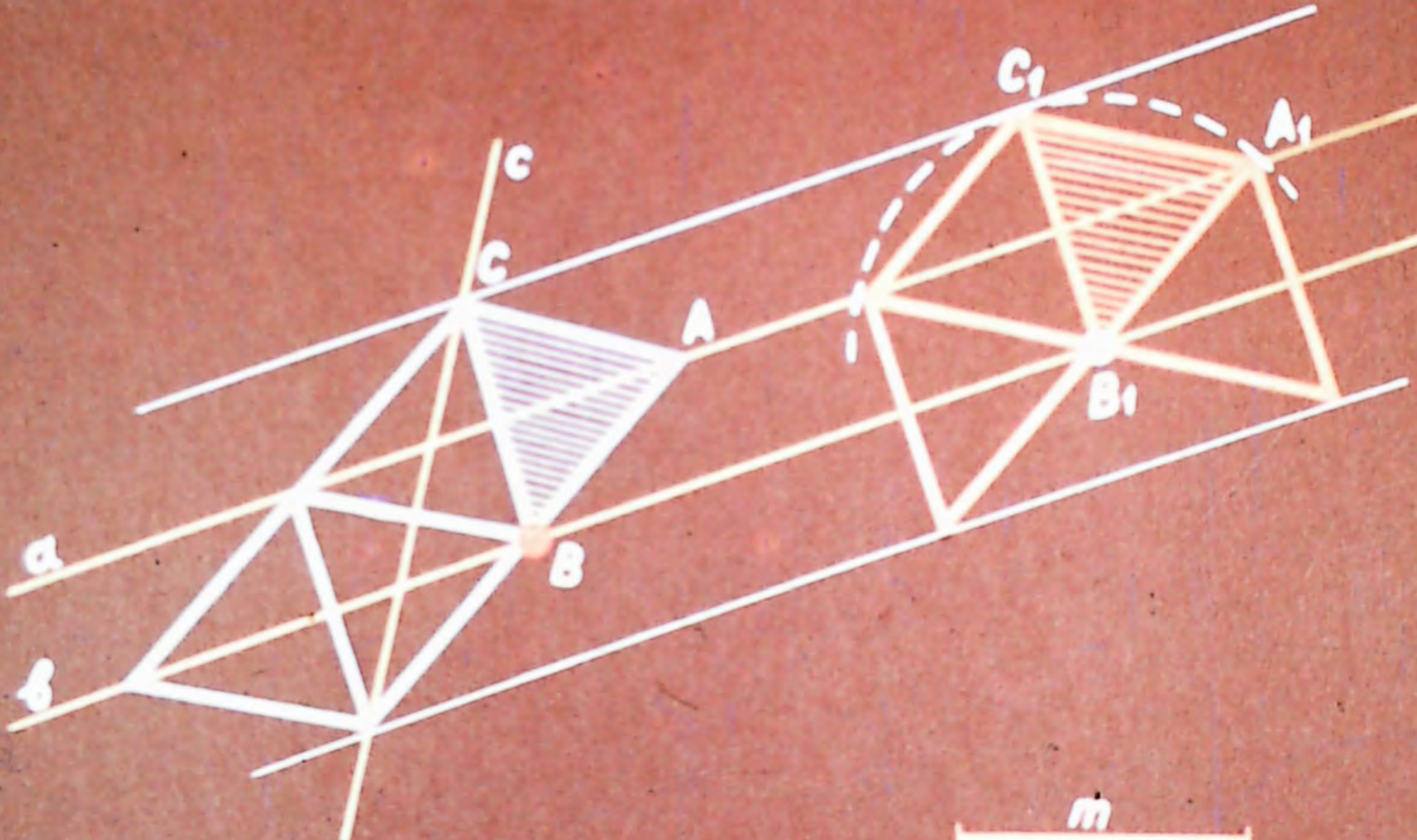
Ломаная $MPON$ – искомый кратчайший путь. Докажите это.



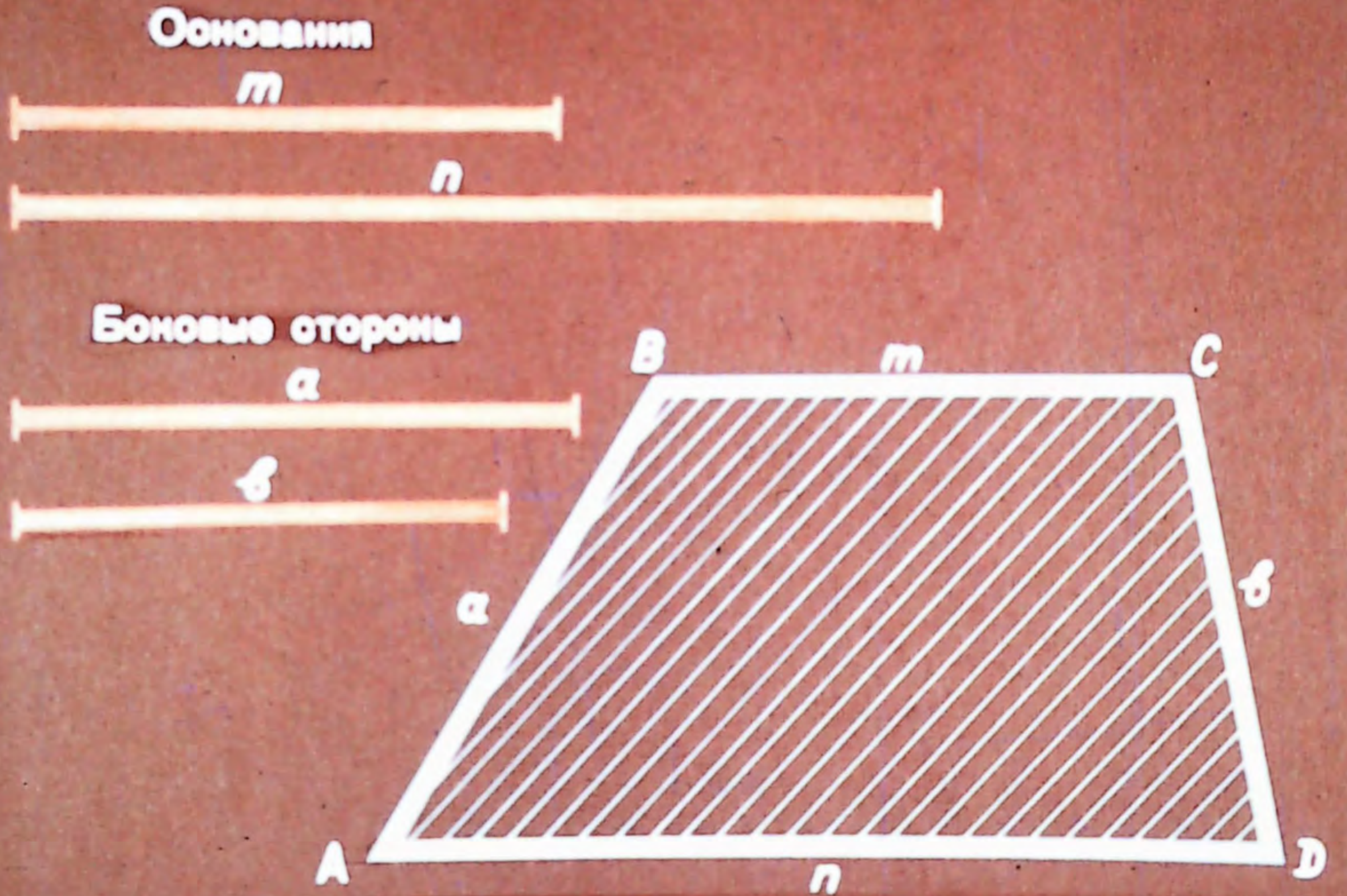
Задача 7. Даны две параллельные прямые a и b и секущая c. Построить равносторонний треугольник со стороной, равной данному отрезку m, – так, чтобы его вершины лежали на прямых a, b, c.



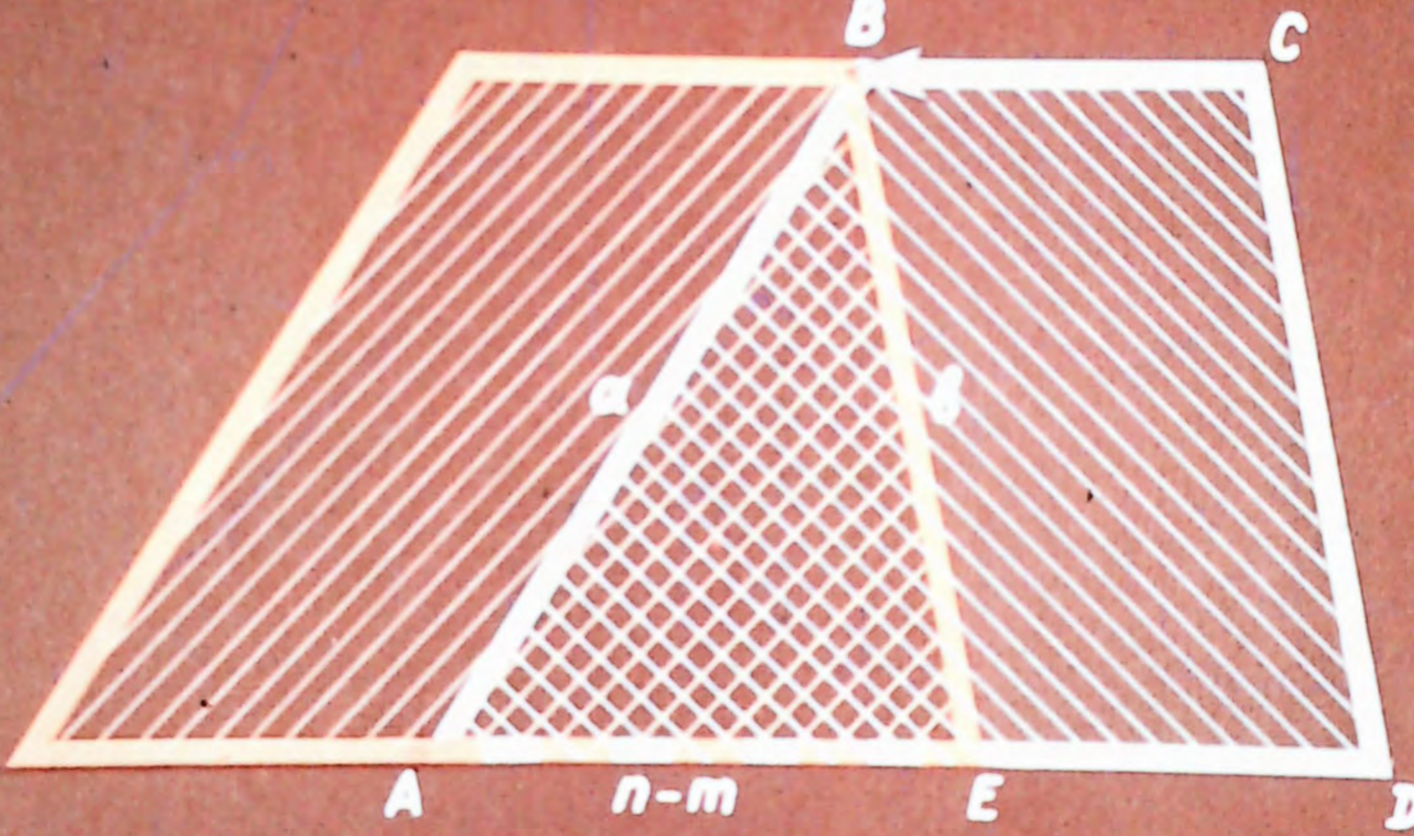
Решение. Чтобы построить искомый $\triangle ABC$, выполним сначала построение $\triangle A_1B_1C_1$, равного $\triangle ABC$, приняв за его вершину произвольную точку B_1 прямой $в$. Как (на какой вектор) нужно выполнить параллельный перенос, чтобы решить задачу?



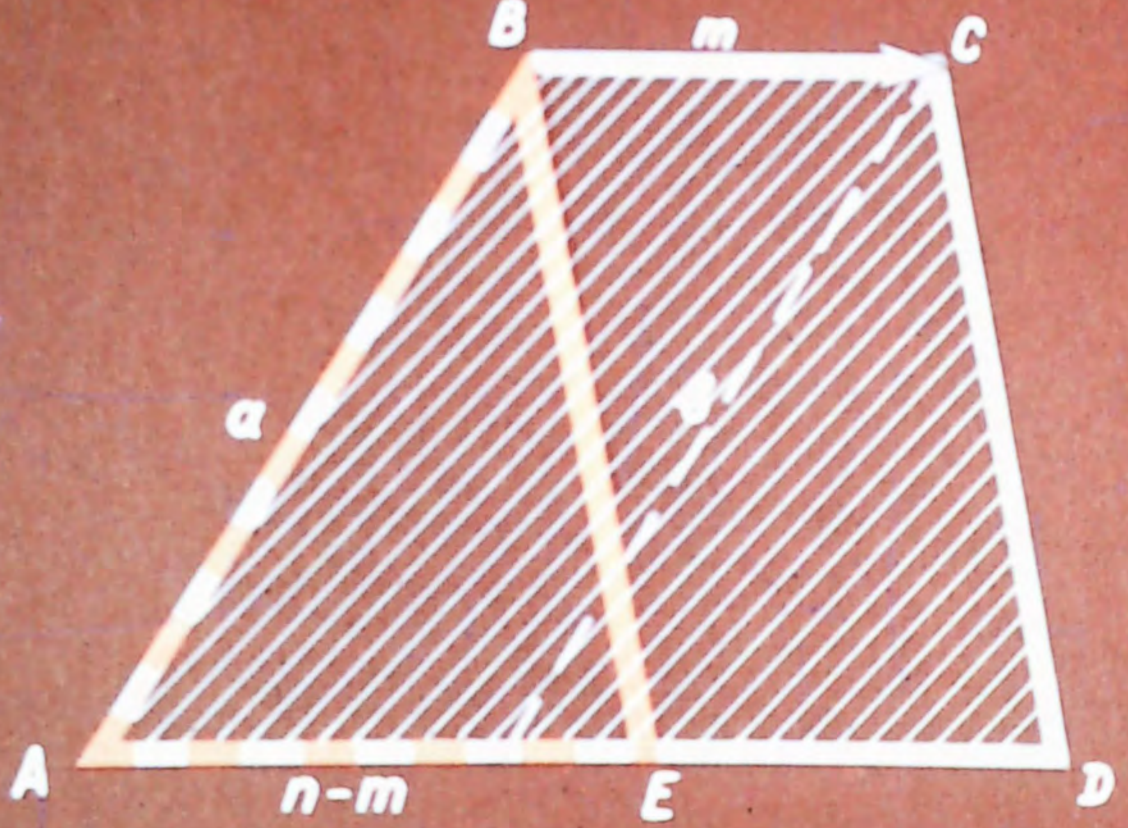
Сколько решений имеет эта задача?



Задача 8. Построить трапецию по данным четырём сторонам.



Анализ. Выполним параллельный перенос на вектор $\overrightarrow{CB}$. В пересечении получится $\triangle ABE$.

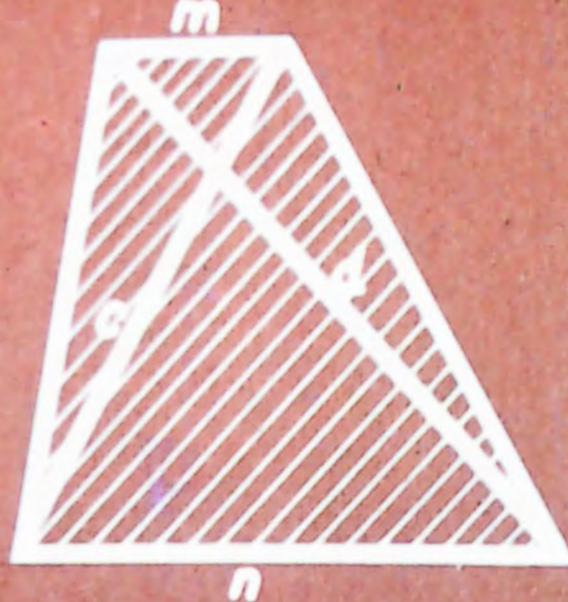


Произведём построение.

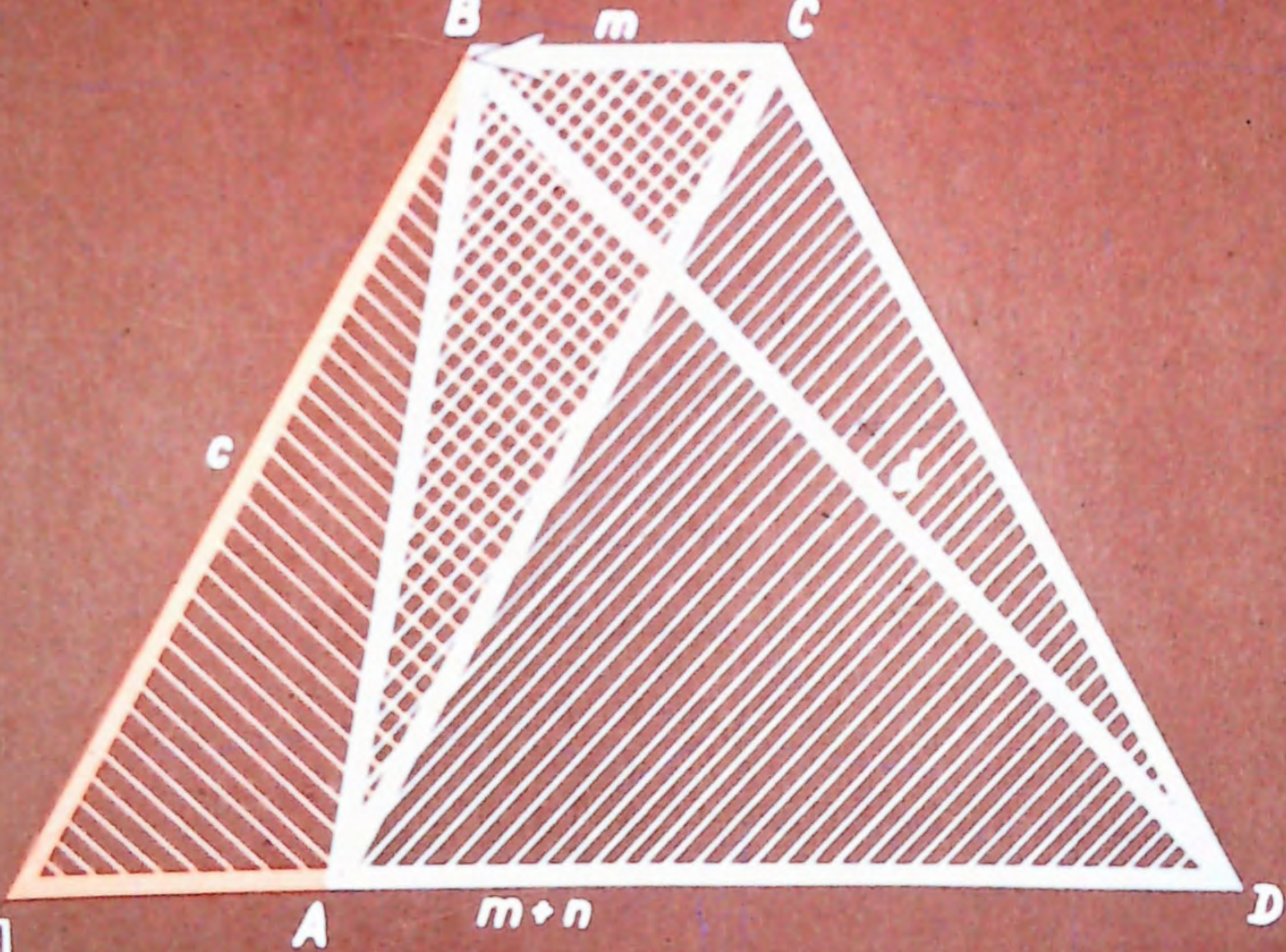
а). Строим $\triangle ABE$ по трём сторонам: $a, b, n-m$. б). Сдвигаем его на вектор $\overrightarrow{BC}$. Докажите, что четырёхугольник $ABCD$ – искомая трапеция.

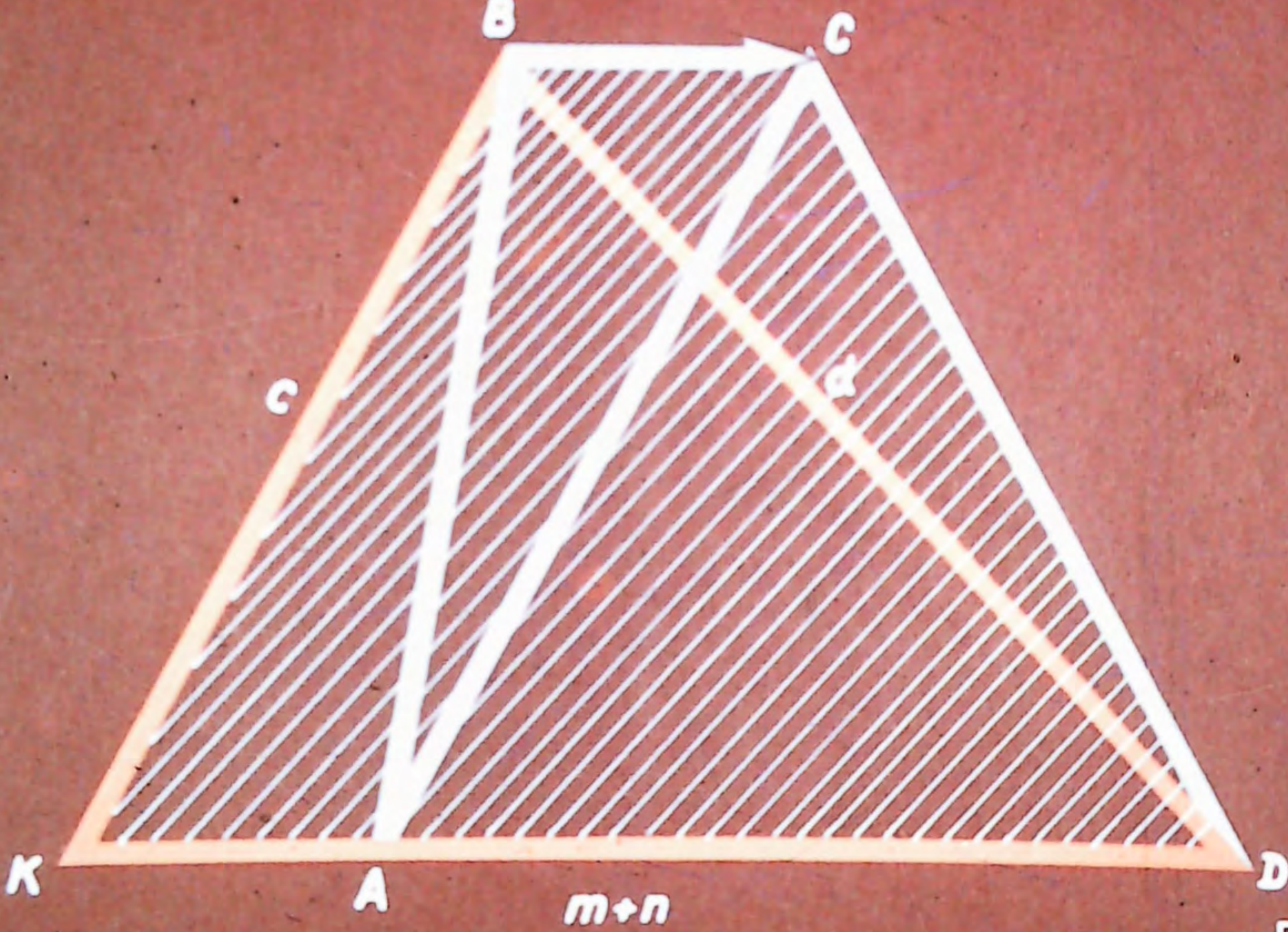
Основания

Диагонали



Задача 9. Постройте трапецию по двум диагоналям и двум основаниям. Объясните решение задачи. При каких условиях задача не имеет решения?


B
m
C
c
A
m + n
D



B
C
c
d
K
A
m+n
D

КОНЕЦ

Авторы Ю. Н. Макарычев, А. М. Пышкало
Редактор Л. Б. Книжникова
Чертежи Г. Г. Рожковского
Художник-оформитель Г. Г. Рожковский

Д-64-66

Студия „Диафильм“, 1966 г.
Москва, Центр, Старосадский пер., д. № 7
Цветной 0-30